Une heuristique hybride pour le problème de set packing biobjectif

X. Delorme[1], X. Gandibleux[1,2], et F. Degoutin[1,3]

[1] LAMIH/ROI, Université de Valenciennes, Le Mont Houy, F59313 Valenciennes Cedex 9
{Xavier.Delorme, Fabien.Degoutin}@univ-valenciennes.fr
[2] LINA, Université de Nantes, 2 rue de la Houssinière BP 92208, F44322 Nantes Cedex 03
Xavier.Gandibleux@lina.univ-nantes.fr
[3] INRETS-ESTAS, 20 rue Élisée Reclus, F59650 Villeneuve d'Ascq
Fabien.Degoutin@inrets.fr

1 Introduction et description du problème

Cette étude concerne la résolution du problème de set packing biobjectif (biSPP). Étant donné un ensemble fini $I = \{1, \ldots, n\}$ d'éléments valués, et $\{T_j\}, j \in J = \{1, \ldots, m\}$ une collection de sous-ensembles de I, une solution admissible du problème est un sous-ensemble $P \subseteq I$ tel que $|T_j \cap P| \leq 1, \forall j \in J$. La finalité de ce problème avec deux objectifs $q \in Q = \{1, 2\}$ est de "maximiser" la valeur totale de la solution obtenue. Ce problème peut ainsi être formulé à l'aide du modèle mathématique suivant (1) :

$$\begin{bmatrix} \text{“max''}\ z^q = \displaystyle\sum_{i \in I} c_i^q x_i & \forall q \in Q \\ \text{sc} \quad \displaystyle\sum_{i \in I} t_{i,j} x_i \leq 1 & \forall j \in J \\ x_i \in \{0,1\} & \forall i \in I \\ t_{i,j} \in \{0,1\} & \forall i \in I, \forall j \in J \end{bmatrix} \tag{1}$$

avec :

- un vecteur de variables $X = (x_i)$ où $x_i = \begin{cases} 1 \text{ si } i \in P \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$
- des vecteurs $C^q = (c_i^q)$ où c_i^q = valeur de l'élément i dans la fonction objectif q
- une matrice $T = (t_{i,j})$ où $t_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ si } i \in T_j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$

Le problème de set packing est un problème classique de l'optimisation combinatoire. Il est connu comme étant NP-difficile même dans le cas mono-objectif. Sa résolution exacte étant impossible en un temps raisonnable pour des instances de taille moyenne ou grande, nous nous sommes plus particulièrement intéressés à sa résolution approchée.

2 Principes de l'hybridation

Dans cette optique, nous avons déjà proposé deux algorithmes [5,2,1]. Le premier est dérivé de la métaheuristique multiobjectif SPEA (Strength Pareto Evolutionary Algorithm, voir Zitzler [7]). Le second repose sur une exploration de l'espace des objectifs traduite par un ensemble de jeux de poids déterministe et myopique. Un algorithme uniobjectif [3] inspiré de la métaheuristique GRASP (Greedy Randomized Adaptative Search Procedure, voir Féo et Resende [4]) est alors appliqué de maniere successive et indépendante à chaque problème. Notre objectif, ici, n'est pas de présenter ces deux algorithmes, mais de montrer de quelle manière ils peuvent être avantageusement hybridés ensemble.

L'algorithme hybride que nous proposons s'appuie sur un schéma d'hybridation original. Il travaille en deux phases successives se partageant le temps à égalité :

- la première phase utilise l'algorithme inspiré de GRASP afin de générer une population de solutions représentant une bonne approximation tant au niveau de la distance à la frontière efficace qu'au niveau de la répartition le long de cette frontière. L'algorithme utilisé doit permettre de générer un nombre important de solutions diversifiées au sens du vecteur de variables.

– la seconde phase utilise l'algorithme inspiré de SPEA avec les meilleures solutions générées durant la première phase comme population initiale. L'algorithme évolutionnaire permet donc ici d'intensifier la recherche à proximité de la frontière efficace et de densifier la population.

Les résultats obtenus à l'issue d'une expérimentation numérique menée sur 120 instances (disponibles sur le site web de la MCDM society [6]) sont rapportés et discutés. Ceux-ci permettent de montrer que notre algorithme hybride améliore significativement la qualité des approximations produites.

Références

1. Xavier Delorme. *Modélisation et résolution de problèmes lié à l'exploitation d'infrastructures ferroviaires.* Thèse de Doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, Valenciennes, France, 2003.
2. Xavier Delorme, Xavier Gandibleux, et Fabien Degoutin. Résolution approchée du problème de set packing bi-objectifs. Dans *Proceedings de l'École d'Automne de Recherche Opérationnelle de Tours (EARO)*, pages 74–80, 2003.
3. Xavier Delorme, Xavier Gandibleux, et Joaquín Rodriguez. GRASP for set packing problems. *European Journal of Operational Research*, 153 (3) :564–580, 2004.
4. Thomas A. Féo and Mauricio G.C. Resende. A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 8 :67–71, 1989.
5. Xavier Gandibleux, Fabien Degoutin, and Xavier Delorme. A first feedback on set packing problems with two objectives. Workshop on Multiple Objective Metaheuristics (MOMH), Carré des Sciences, Paris, France, November 4-5 2002.
6. MCDM society. Site web. `http://www.terry.uga.edu/mcdm/`.
7. Eckart Zitzler. *Evolutionnary Algorithms for Multiobjective Optimization : Methods and Applications.* PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, Suisse, 1999.