Quelques axes de développement méthodologique en optimisation géométrique de formes aérodynamiques dans un contexte MDO

J.-A. Désidéri, INRIA Sophia Antipolis, desideri@sophia.inria.fr

16 Mars 2004

On se place ici dans le contexte de l'optimisation géométrique d'une forme aérodynamique (voilure, ou configuration 3D plus complexe) pour laquelle le couplage du modèle "fluide compressible" (par simulation numérique de type Eléments/Volumes Finis) à divers critères issus d'autres disciplines est nécessaire à une analyse physique complète d'un modèle MDO pertinent.

En Aérodynamique, les solutions (écoulements fluides) sont singulières, présentant notamment des chocs dont certains ne sont pas liés aux singularités géométriques, mais à la structure même des équations aux dérivées partielles (EDP) à dominante hyperbolique non-linéaire. En fluide parfait, le seul problème d'approximation de ces solutions faibles au pseudo-second ordre à la traversée de chocs reste un problème actuel pour lequel aucune solution numérique standard est universellement acceptée. En fluide réel (visqueux, turbulent) la modélisation numérique et physique est loin d'être "validée" dans un contexte général, et le coût de résolution lorsqu'un maillage satisfaisant est construit (généralement itérativement par auto-adaptation) est au moins un ordre de grandeur supérieur.

D'un point de vue pratique, ces considérations ont pour conséquence que la détermination précise (à quelques pourcents) des coefficients aérodynamiques d'une géométrie reste un problème lourd de simulation, source d'efforts méthodologiques considérables depuis vingt cinq ans.

A fortiori, le coût de mise en oeuvre des optimiseurs aérodynamiques, avant même le couplage à d'autres disciplines, rend nécessaire des progrès scientifiques substantiels. Il n'est pas certain que les modélisations physiques et numériques les plus précises sont "nécessaires" à l'optimisation approchée de paramètres de forme globaux. Mais comment gagner en confiance sans le support d'études scientifiques de cette question largement encore ouverte?

Parmi les axes de reflexion les plus actuels dans ce domaine, on peut citer les thèmes suivants portant sur différents aspects du problème:

- Modélisation : réduction de modèle (ANN, POD), raffinement de modèle (par exemple, en acoustique externe le modèle complet utopiste serait de résoudre Navier-Stokes turbulent dans une boîte de 15 km entre l'avion et le sol! Un autre modèle hors de portée est de coupler Navier-Stokes avec l'équation des ondes; mais quel modèle de turbulence; la question du modèle simplifié reste un sujet très difficile, auquel s'attachent encore peu d'experts; en couplage fluide-structure: quel modèle pour la structure?);

- Vérification et validation en optimisation (contrôle de l'approximation dans une optimisation);
- Géométrie et approximation (interaction mal connue entre maillage et paramétrisation des formes dans la convergence d'une optimisation);
- Optimiseurs robustes en capacité à identifier l'optimum global (couplage pseudo-stochastique/déterministe);
- Optimiseurs efficaces en coût de résolution (en plus de POD et ANN: algorithmes hiérarchiques)
- Optimisation concurrente, multicritère, MDO (stratégies de jeux hiérarchisés; méthodes d'intelligence collective);
- Optimisation robuste: une généralisation non-différentiable de l'optimisation multi-point; techniques de régularisation.

Voir transparents. Suivent quelques mots sur POD, Paramétrisations Multiéchelles et Algorithmes Hiérachiques, et ANN (réseaux de neurones).

1 POD

La méthode POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) a été originellement introduite par Lumley dans le contexte de la simulation d'écoulements turbulents incompressibles instationnaires périodiques ou pseudo-périodiques. La technique consiste à effectuer les étapes suivantes:

1. Rassembler par simulation expérimentale ou numérique (Navier-Stokes) un échantillon de clichés (*snapshots*), c'est-à-dire un ensemble de représentations spatiales de la solution à différents temps:

$$w_1(x) = w(x, t_1)\,,\ w_2(x) = w(x, t_2)\,,\ \dots,\ w_N(x) = w(x, t_N)$$

   où $x \in \mathbb{R}^3$ est le vecteur des coordonnées cartésiennes.

2. Calculer (une fois pour toutes) la 'matrice de corrélation':

$$A = \left\{a_{i,j}\right\}\,, \quad a_{i,j} = \left(w_i(x), w_j(x)\right)$$

   où $\left(u, v\right)$ désignes le produit scalaire usuel de deux fonctions (champs physiques) u and v, et diagonaliser:

$$A = \Phi\,\Lambda\,\Phi^T$$

   où toutes les matrices sont réelles par symétrie, Φ est orthogonale ($\Phi\,\Phi^T = \Phi^T\,\Phi = I$) et Λ diagonale:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_N \end{pmatrix}$$

où les valeurs propres λ_j's sont réelles et ordonnées par valeur décroissante $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_N$. Le j-ème vecteur-colonne de la matrice Φ , $\Phi^{(j)}$, est un vecteur propre de la matrice A. C'est un analogue discret du "mode physique" $\Phi^{(j)}(x)$ dont la "corrélation" au phénomène physique est précisément mesurée par la valeur propre, λ_j.

3. Décomposer le champ inconnu $w(x,t)$ dans la base des modes propres:

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{N} w_j(t)\,\Phi^{(j)}(x)$$

et construire un système dynamique approché d'Equations Différentielles Ordinaires (EDO) par projection Galerkin de l'EDP:

$$\forall i\,,\ \left(EDP, \Phi^{(i)}(x)\right) = 0 \Longrightarrow \frac{d}{dt}\,w_i(t) = H\left(w_1(t)\,,\ w_2(t)\,,\ \ldots\,,\ w_N(t)\right)$$

où "EDP" représente l'expression usuelle des équations de Navier-Stokes en instationnaire:

$$EDP = w_t + \frac{\partial F(w)}{\partial x} + \ldots - \mu\left(\frac{\partial R(w,\nabla w)}{\partial x} + \ldots\right)$$

où H est une fonction nonlinéaire.

En procédant de la sorte, le jeu initial d'EDP est remplacé par un système d'EDO représentant de manière approchée la même dynamique. L'approximation est satisfaisante lorsque le phénomène est proche de périodique.

Dans les années récentesm cette approche et diverses variantes ont été appliquées avec une certain succès dans des contextes particuliers.

G. Vigo a fait sa thèse (Paris IX Dauphine, Nov. 2000) à Dassault Aviation sous la direction d'A. Dervieux (INRIA). Il a montré, pour les équations de Navier-Stokes en *compressible* qu'en utilisant un jeu particulier de variables $(\frac{1}{\rho}, u, v, p)$ la nonlinearité dans la fonction H devient quadratique. En conséquence, cette fonction peut être représentée par un nombre fini de cœfficients précalculés une fois pour toutes. Ceci fait, la simulation de la dynamique apprichée devient un problème trivial de post-processing dont le coût est marginal. Pour les écoulements instationnaires périodiques ou pseudo-périodiques, cette approche extrêmement peu coûteuse peut être suffisamment précise.

A. Iollo, Professeur Assistant au Politecnico de Turin, est l'un des experts européens reconnus de cette méthode. Après ses travaux post-docdoraux (à l'INRIA), il a depuis étendu la méthode notamment au contexte du "contrôle".

A. Dervieux, dans des travaux récents notamment conduits dans le cadre du Programme de Recherche pour l'Avion Supersonique, a introduit une variante s'inspirant du concept POD pour l'*optimisation de forme en écoulement stationnaire*. Dans ce cadre, l'échantillon de *snapshots* est remplacé par un ensemble de formes simples constituant une base simplifiée pour la déformation de forme. On approche la perturbation d'état (stationnaire) $\delta w(x)$ selon un principe simplifié de linéarité, toujours valable dans un voisinage de l'optimum (surtout lorsqu'on le connait); on injecte la perturbation dans la fonctionnelle nonlinéaire – qui en pratique ne dépend habituellement que de la restriction du champ à la géométrie (ce qui réduit l'importance des singularités de champ); on minimise la fonctionnelle ainsi simplifiée à une forme quadratique, par la technique de *transpiration* des conditions aux limites, ce qu'on peut réaliser avec grande efficacité.

La méthode "Dervieux" permet une optimisation approchée très efficace dans le voisinage de l'optimum, évidemment avec l'inconvénient de ne pas prendre en compte correctement la déformation de géométrie, ce qui peut en pratique causer des difficultés de remaillage.

Ces travaux ont été cités avec plus de détails dans la conférence invitée "Hierarchical CFD Models for Optimum-Shape Design in Aerodynamics" donnée dans le cadre de l'Atelier MACSInet Workshop sur la Réduction de Modèle, Milan, 12-13 Décembre, 2002, que l'on peut télécharger du site Web `http://www-sop.inria.fr/opale/`; item: Exposés.

De possibles directions de recherche en la matière sont les suivantes:

- Comparer une optimisation en fluide visqueux par:
  - Euler + Couche Limite
  - pseudo-POD (méthode Dervieux) sur la base de pré-calculs Navier-Stokes.
- Etendre la méthode d'optimisation pseudo-POD à des bases simplfiées de formes plus générales et notamment auto-adptatives.
- Utiliser Navier-Stokes ET (au lieu de OU) pseudo-POD de manière "hiérarchique" en optimum-shape design: dans le cadre d'une optimisation multi-niveau s'appuyant sur des représentations multi-échelles des formes (voir section suivante), utiliser ("modérément") le modèle complet (Navier-Stokes) avec une paramétrisation fine de la forme, en couplant avec une utilisation extensive du modèle simplifié pseudo-POD avec une paramétrisation plus grossière de la forme, dans une phase d'exploration.

2 Paramétrisations Multiéchelles et Algorithmes Hiérarchiques

A titre personnel, je dirais que ce thème est le plus développé dans mon équipe (Projet Opale), notamment au travers d'études soutenues par Dassault Aviation, l'ex COSE Supersonique, et la Société Piaggio Aero France.

L'objectif est à nouveau le gain en efficacité d'une optimisation de forme, au sens de la réduction de son coût, et éventuellement aussi par le gain en robustesse.

En bref, on utilise une représentation symbolique de la *déformation de forme* ayant pour expression un produit tensoriel de représentations de Bézier, ou leur extension (B-splines), dans une boîte englobante par la technique de *Free-Form Deformation* largement éprouvée en Géométrie Computationnelle et en Optimisation de forme aérodynamique (travaux de Samareh, AIAA...). On applique le processus classique d'*élévation du degré* pour construire (*a priori*, ou par auto-adaptation) une hiérarchie de paramétrisations rigoureusement emboîtées permettant des transferts multiéchelles exacts.

Cette construction est ensuite utilisée dans l'optimisation d'une forme par un cycle inspiré de la méthode multigrille complète, dont la convergence en résolution pure, est optimalement linéaire en fonction du nombre de degrés de liberté.

Ces techniques sont en cours de développement dans le cadre d'une thèse, mais des versions plus simples d'élévation pure du degré (sans aller-retour multiniveau) sont déjà très performantes pour augmenter à la fois l'efficacité en coût, et la robustesse.

Ces paramétrisations emboîtées pourraient être le support géométrique naturel pour le couplage multiniveau en modélisation physique. (Voir `http://www-sop.inria.fr/opale/`; Rubrique: exposés: algorithmes hiérarchiques).

3 ANN (réseaux de neurones)

Le Pr. K. Giannakoglou (Université d'Athènes) développe avec un certain succès depuis plusieurs années des "réseaux de neurones artificiels" (ANN) à partir de l'observation de la convergence d'un processus d'optimisation aérodynamique complet en fluide compressible par algorithme génétique, et la construction d'une base de données. Le modèle une fois construit est sans cesse enrichi. Il revient à modéliser la dépendance de la fonctionnelle des paramètres géométriques par une fonction explicite. Cette construction se base sur l'établissement de certaines données statistiques. Il y a une très forte ressemblance entre POD, ANN et une interpolation statistique des données de convergence. Il s'agit en fait de variantes de la même idée.

Une fois le modèle construit, on peut s'en servir de différentes manières pour gagner en efficacité.

Giannakoglou a principalement optimisé l'effacité de calcul sur architecture parallèle par le biais d'un ANN.

Avec un de ses étudiants actuellement en thèse (M. Karakasis), on a exploité le modèle par ANN pour identifier des sous-espaces de l'espace complet des paramètres pour lesquels l'efficacité de l'optimisation d'un critère donné est maximale (espace d'influence maximale). On a réalisé des gains en efficacité de l'ordre de 3 par cette technique. (Cf. Rapport de Recherche INRIA 4503, Juillet 2002; téléchargeable.)

En MDO, il serait intéressant d'utiliser cette approche pour identifier un sous-espace différent par critère et les mettre en concurrence par un jeu dynamique, par exemple de type Nash.