Formulations du problème MDO

Réunion MDO du 16 Mars 04

Rodolphe Le Riche

Un problème multi-physiques multi-niveaux

domaines, par exemple

précision croissante ↓	aérodynamique	structures	acoustique
	M1^1	M2^1	M3^1
	M1^2	M2^2	M3^2
	M1^3	M2^3	M3^3

Optimisation de variables x (géométrie, matériaux, ...).

Equations d'état $\quad Mi^j(x^j, U_i^j, \text{autres } U_k^j) = 0$

(couplage MDA entre disciplines i et k).

Optimisation ponctuelle

$$\left.\begin{array}{l} \min_x f_1(x) \\ \dots \\ \min_x f_o(x) \end{array}\right\} \qquad \text{multi-objectifs,}$$

$$\left.\begin{array}{lll} g_1(x) \leq 0 & \dots & g_m(x) \leq 0 \\ h_1(x) = 0 & \dots & h_p(x) = 0 \end{array}\right\} \qquad \text{sous contraintes,}$$

certains critères pouvant décrire la robustesse (reliability based design).

Outils : optimisation déterministe ou non.

Optimisation ensembliste

Trouver $\mathcal{X}$ tel que $\forall x \in \mathcal{X}$,

$$f_i(x) \leq \delta_i \qquad (f(x^*) + \text{tolérance})$$

$$\left.\begin{array}{r} g_i(x) \leq 0 \\ h_i(x) = 0 \end{array}\right\} \quad \text{Problème de faisabilité}$$

Outils : analyse par intervalles, optimisation statistique (manipule des distributions de points).

Relaxation des couplages (1)

(exemple avec 2 disciplines)

$$\begin{array}{ll} \min_{x_0,x_1,x_2} f(x_0,U_1,U_2) & \\ g_0(x_0,U_1,U_2) \leq 0 & \\ g_1(x_0,x_1,U_1) \leq 0 & M_1(x_0,x_1,U_1,U_2) = 0 \\ g_2(x_0,x_2,U_2) \leq 0 & M_2(x_0,x_2,U_2,U_1) = 0 \end{array}$$

x_0, f_0, g_0 publiques, x_1 et g_1 discipline 1, x_2 et g_2 discipline 2.

Relaxation par introduction de variables auxiliaires.

Relaxation des couplages MDA (2)

$$\min_{x_0,x_1,x_2,U_{1,2},U_{2,1}} f(x_0,U_1,U_2)$$
$$g_0(x_0,U_1,U_2) \leq 0$$
$$g_1(x_0,x_1,U_1) \leq 0 \qquad M_1(x_0,x_1,U_1,U_{2,1}) = 0$$
$$g_2(x_0,x_2,U_2) \leq 0 \qquad M_2(x_0,x_2,U_2,U_{1,2}) = 0$$
$$U_{1,2} \rightarrow U_1 \quad \text{et} \quad U_{2,1} \rightarrow U_2$$

où $\rightarrow$ signifie $=$ ou $\min ||\ldots||^2$.
Les disciplines sont encore couplées par x_0.

Relaxation des couplages MDO (3)

- Problème publique :

$$\min_{x_0, U_{1,2}, U_{2,1}} f(x_0, U_1, U_2)$$
$$g_0(x_0, U_1, U_2) \leq 0$$
$$U_{1,2} \to U_1 \quad \text{et} \quad U_{2,1} \to U_2$$

- Problème disciplinaire i (=1 ou 2) :

$$\text{En changeant } x_0^i \text{ et } x_i \quad , \quad x_0^i \to x_0,$$
$$g_i(x_0^i, x_i, U_i) \leq 0 \quad , \quad M_i(x_0^i, x_i, U_i, U_{j,i}) = 0$$

Décomposition des problèmes publiques et disciplinaires.
Lien avec les Systèmes Multi-Agents où 1 agent = 1 optimiseur (publique ou disciplinaire).

Tâches concernant la formulation

1. Décider entre optimisation ponctuelle et ensembliste (en fonction des cas tests).
2. Intégrer le multi-niveaux et les relaxations MDA et MDO dans une seule formulation. Prise en compte des temps de calcul et des confiances des modèles.
3. Choisir ou créer des optimiseurs pour la mise en œuvre de la formulation. Proposer des mesures de couplages entre modèles et entre critères.