

## *Axes Instrumentation & PSI : UP Mesure & régulation 2008*

**8/10** 8h15 - 11h30: cours + TDs: **rappels sur les systèmes dynamiques, régulation PID (P Breuil)**

**17/10** 13h30 – 16h45 : TDs Simulink

**12/11** 13h30 -15h00: Stats de la mesure, cours-conf (P Breuil)

**14/11** 13h30 – 16h45 : Stats de la mesure, TDs Excel (P Breuil)

**19/11** 13h30 – 16h45 : TDs

**24/11** 15h15 – 16h45: La mesure, vision de l'industriel 1 (N Caillet, TFE)

**25/11**, 8h15 – 11h30 **ou** 13h30 – 16h45: La mesure, vision de l'industriel, TDs (N Caillet, TFE)

??: Régulation avancée (N Caillet, TFE) (*PSI seulement*)

**1/12** 13h30 – 15h00: examen régulation **et** mesure

1

## *Axes Instrumentation & PSI : UP automatique*

Ces documents sont disponibles sur:

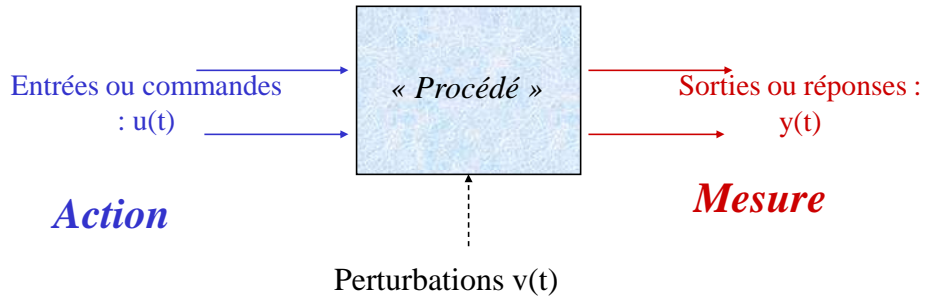
<http://www.emse.fr/fr/transfert/spin/formation/axes/inst/regul.html>

(navigation à partir des pages des axes Instrumentation et PSI,  
centre SPIN)

pbreuil@emse.fr

2

## La régulation

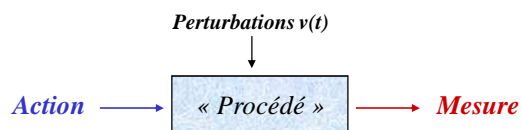


Problème de la régulation: Quel signal **action** faut-il envoyer vers le « procédé » afin que le signal **mesure** soit « le plus proche possible » d'une valeur appelée **consigne**?

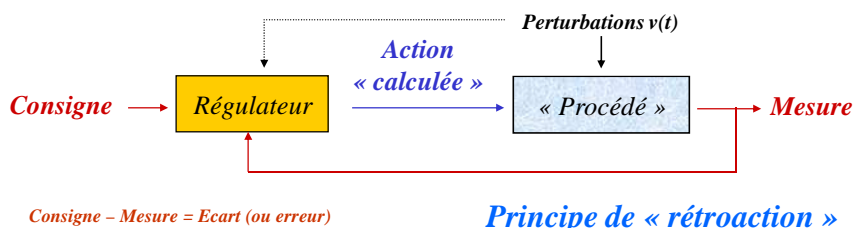
3

## Boucle ouverte / boucle fermée, vocabulaire

Pas de régulation: « **boucle ouverte** »



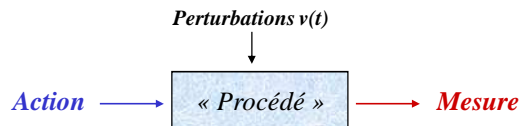
Régulation: « **boucle fermée** »



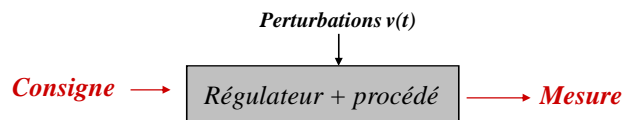
4

## Boucle ouverte / boucle fermée, vocabulaire

Pas de régulation: « *boucle ouverte* »





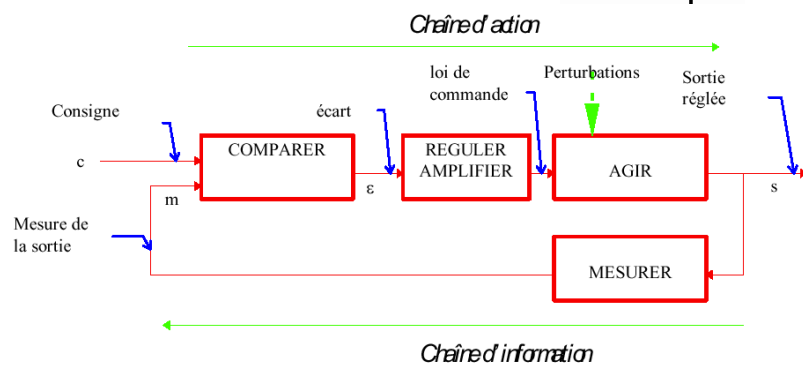
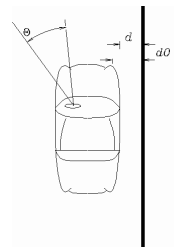
Régulation: « *boucle fermée* »



5

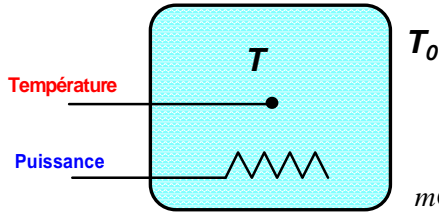
## Exemple 1: conduite de véhicule

 -Observation, évaluation  
 -Action sur le volant



6

## Exemples de régulation: 2 - température



### Mise en équation....


Bilan énergétique : variation de l'énergie thermique du four  $\approx$  énergie reçue du milieu

$$mC_p \frac{dT}{dt} = P(t) - hA(T - T_0) \quad \text{E.D. Ordre 1}$$

- $C_p$  : capacité calorifique massique du four
- $A$  : surface de contact four-milieu
- $h$  : coefficient de transfert thermique : milieu-four

Perturbations  $v(t)$

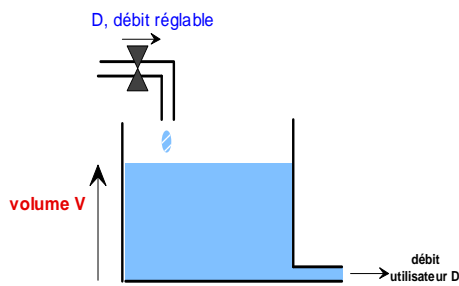
Action: puissance  $P(t)$   $\rightarrow$    $\rightarrow$  Mesure: température  $T(t)$

Régulation de la température: 

- Thermostat = Tout Ou Rien (TOR)
- « électronique » (proportionnel)
- PID

?  
7

## Exemples de régulation: 3 - niveau




$$v(t) = v_0 + \alpha \int (d - d') dt$$

Intégrateur

Perturbations  $D'(s)$

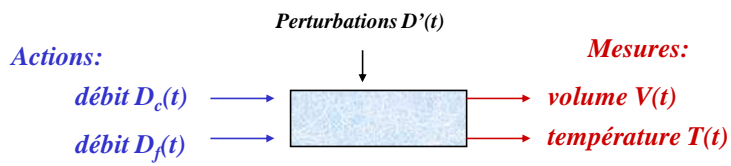
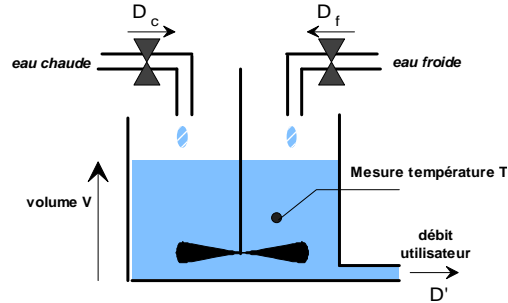
Action: débit  $D(t)$   $\rightarrow$    $\rightarrow$  Mesure: volume  $V(t)$

Régulation du niveau: 

Non stable en boucle ouverte, peut être stabilisé par la régulation

8

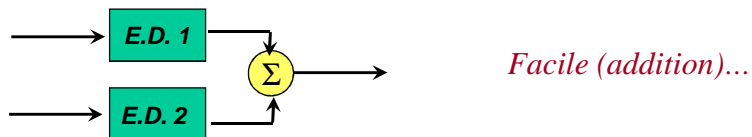
### Exemples de régulation 4: niveau + température



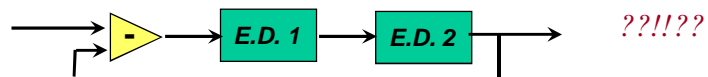
- Non stable en boucle ouverte, peut être stabilisé par la régulation
- Effets croisés

9

### Difficulté de résolution directe avec équations différentielles



*Boucle de régulation:*



10

Nécessité outil mathématique  
Equa. Diff. --> Fonction de Transfert

$$X \longrightarrow \boxed{F} \longrightarrow Y \quad Y=F.X$$

$$X \longrightarrow \boxed{F} \longrightarrow \boxed{G} \longrightarrow Y \quad Y=F.G.X$$

Cet outil existe pour les équa. Diff. Linéaires:

*La Transformée de Laplace*



11

Transformée de Laplace, fonction de transfert



*La Transformée de Laplace*




**Définition :**  $f(t) \rightarrow \mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad s \in \mathbb{C}$

*s est homogène à t<sup>-1</sup>...*

*... et est complexe*

*Extension de la transformée de Fourier (TF si s=jω)*

12

TL: Formules usuelles	F(t), avec t>0	TL : F(s)
	f(t-θ), avec t>θ (retard)	$e^{-sθ} F(s)$
 δ(t) (dirac)	$\frac{1}{s}$	
 1 (échelon)	$\frac{1}{s}$	
 t (rampe)	$\frac{1}{s^2}$	
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$	
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$	
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$	
$t.e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$	
$\cos(\alpha t)$	$\frac{s}{s^2 + \alpha^2}$	
$\sin(\alpha t)$	$\frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$	
$e^{-at} \cdot \cos(\alpha t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \alpha^2}$	
$e^{-at} \cdot \sin(\alpha t)$	$\frac{\alpha}{(s+a)^2 + \alpha^2}$	
$Ae^{-at} \cdot \cos(\alpha t + \phi)$ , avec : $\begin{cases} A = \frac{1}{\omega} \sqrt{\alpha^2 \omega^2 + (\beta - a \alpha)^2} \\ \Phi = -\arctan \frac{\beta - a \alpha}{\alpha \omega} \end{cases}$	$\frac{\alpha p + \beta}{(s+a)^2 + \omega^2}$	

13

## Laplace: principales propriétés

### Propriétés :

- linéarité :

$$\mathcal{L}[c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t)] = c_1 F_1(s) + c_2 F_2(s)$$

- transformée d'une dérivée :

$$\mathcal{L}[f'(t)] = s \mathcal{L}[f(t)] - f(0)$$

- transformée d'une intégrale :

$$\mathcal{L}\left[\int_0^t g(t) dt\right] = \frac{\mathcal{L}[g(t)]}{s}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \frac{d^2 f}{dt^2} - 2 \frac{df}{dt} + f(t) \\ 3s^2 2.F(s) - 2s.F(s) + F(s) \end{array} \right\}$$

Les équations différentielles linéaires sont transformées en polynôme...

14

## Laplace: principales propriétés (suite)

- translation (ou retard):

$$\mathcal{L}[f(t-a)] = ?$$

On considère :  $f(t) = 0$  pour  $t < 0$  (fonction causale)

$$\mathbf{L}[f(t-\theta)] = e^{-\theta s} \mathbf{L}[f(t)]$$

- Valeur finale d'une fonction  $f(t)$ :

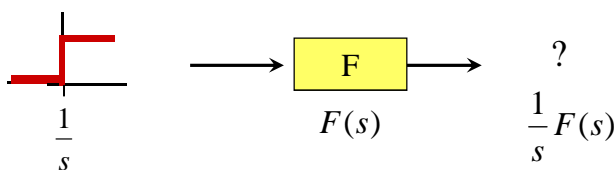
$$\text{Quand } s \rightarrow 0, \quad \lim s \mathcal{L}[f(t)] = f(\infty)$$

(si conditions de stabilité remplies)

• Réponse à l'état stationnaire

15

## Réponse à un échelon



Réponse asymptotique à un échelon:

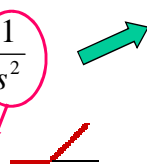
$$\lim_{s \rightarrow 0} \left( s \left( \frac{1}{s} F(s) \right) \right) = \lim_{s \rightarrow 0} (F(s))$$

(Quand  $s \rightarrow 0$ ,  $\lim s \mathcal{L}[f(t)] = f(\infty)$ )

Ex: intégrateur,  $F(s) = \frac{1}{s}$

Réponse à un échelon:  $\frac{1}{s} F(s) = \frac{1}{s^2}$

rampe



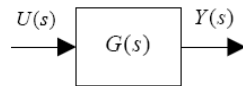
Réponse asymptotique:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left( s \left( \frac{1}{s^2} \right) \right) = \infty$$

16

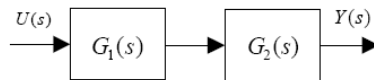
## Diagrammes de blocs

### Block Diagram

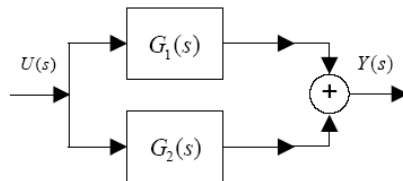


### Transfer Function

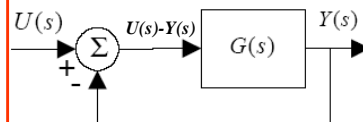
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)$$



$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s)G_2(s)$$



$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s) + G_2(s)$$



Boucle de régulation

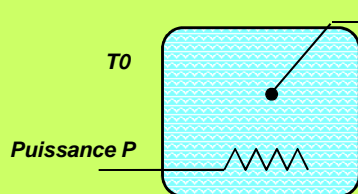
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)}$$

17

## TD 1

## T.L.: exemple de résolution: ordre 1

En choisissant les bonnes variables, trouver la fonction de transfert (de Laplace)  $F(s)$  du système suivant:



$$mC_p \frac{dT}{dt} = P(t) - h.A.(T(t) - T_0)$$



$$Y(s) = X(s) * F(s)$$

sol

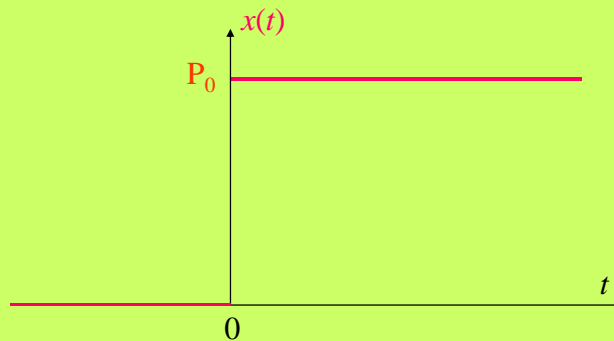
18

## TD 2

T.L.: ordre 1 , réponse à un échelon

$$x(t) \longrightarrow F(s) = \frac{K}{1 + \tau s} \longrightarrow y(t)$$

• A l'aide des tables de transformées de Laplace, déterminer la réponse à un échelon :  $x(t) = P_0 \cdot e(t)$  pour  $t > 0$



19

## Comportement fréquentiel d'un système dynamique

$$X(s) \longrightarrow F(s) \longrightarrow Y(s)$$

Pour un système **linéaire stable**, si l'entrée est harmonique, c'est à dire  $\sin(\omega t)$ , la sortie en **régime établi** du système est aussi harmonique.

*Ce régime est alors décrit par  $F(j\omega)$ :*

**Gain:  $|F(j\omega)|$**   
**Déphasage:  $\text{Arg}(F(j\omega))$**

$$\text{Ex: si } F(s) = \frac{K}{1 + \tau s}$$

$$\text{Gain} = \frac{K}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}} \approx \frac{K}{\tau \omega} \quad \text{si } \omega \text{ grand}$$

$$\text{Deph.} = -\arg(1 + j\tau\omega) \approx -\pi/2 \quad \text{si } \omega \text{ grand}$$

(filtre passe bas d'ordre 1)

20

## Comportement fréquentiel: BODE

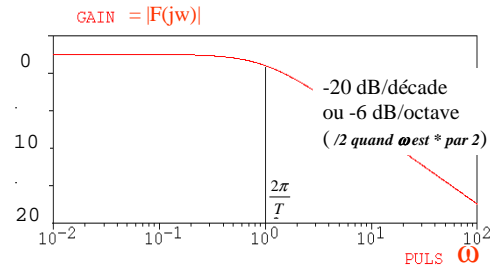
**ORDRE 1**

## •Diagramme de Bode-Gain

•en abscisse: pulsation (échelle log).

•en ordonnée: gain (en décibel)  
c'est à dire  $20 \cdot \log_{10}(|F(j\omega)|)$ 

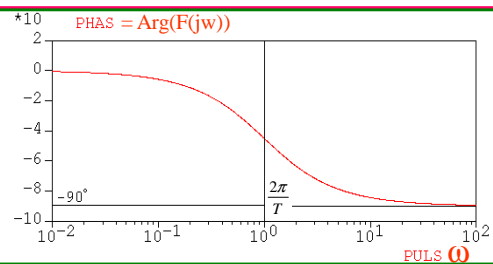
$$\frac{K}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} \approx \frac{K}{\tau\omega} \quad \text{Si } \omega \text{ grand}$$



## Diagramme Bode - Phase

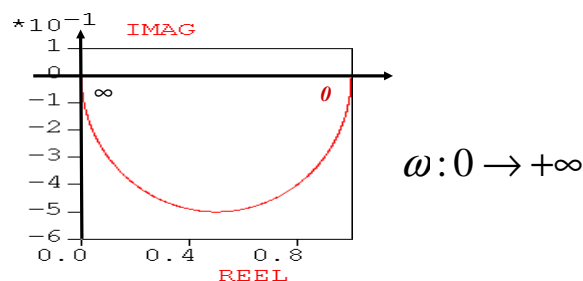
en abscisse: pulsation  
(échelle log).en ordonnée: phase (en  
degré ou en radians).

$$-\arg(1+j\tau\omega) \approx -p/2 \text{ si } \omega \text{ grand}$$



21

## Comportement fréquentiel: Nyquist

**ORDRE 1**•en abscisse: Partie réelle de  $H(j\omega)$ •en ordonnée: Partie imaginaire de  $H(j\omega)$ 

Utile pour déterminer la stabilité d'un système...

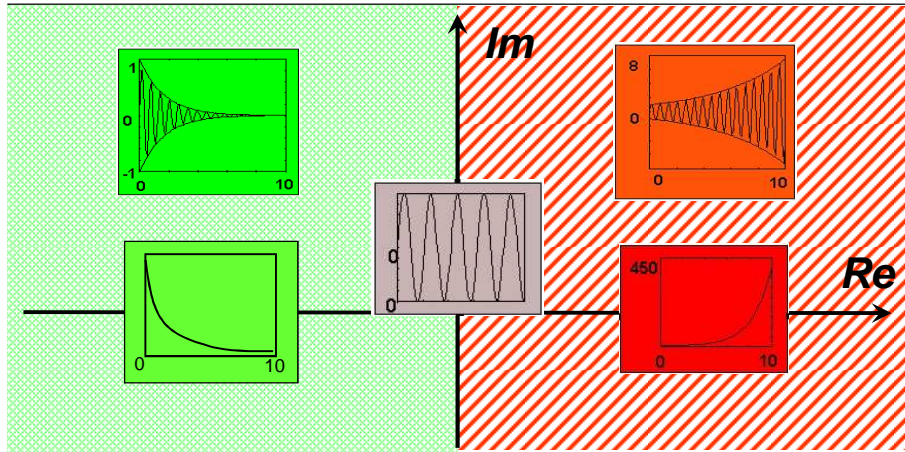
22

## Stabilité:

[demo](#)

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

Pôles de F(s) = zéros de D(s)  
Position dans le plan complexe...



Stabilité



Partie réelle négative...

23

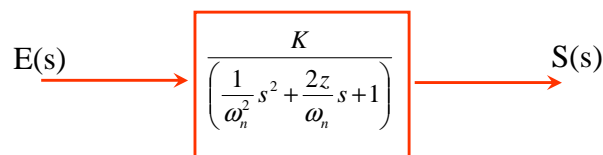
## Système d'ordre 2

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \frac{2z}{\omega_n} \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K \cdot e(t)$$

Ex: circuit RLC, masse suspendue avec frottements...

Appliquons la transformée de Laplace:

$$\frac{1}{\omega_n^2} s^2 S(s) + \frac{2z}{\omega_n} s \cdot S(s) + S(s) = K \cdot E(s) \quad \left( \frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2z}{\omega_n} s + 1 \right) S(s) = K \cdot E(s)$$



Suivant valeur de z, pôles réels ou imaginaires conjugués

24

### Ordre 2 non oscillant

$\frac{K}{\left(\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2z}{\omega_n} s + 1\right)}$


•  $z > 1$ , 2 pôles réels  $< 0$

$$\frac{S(s)}{E(s)} = \frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2z}{\omega_n} s + 1} = \frac{K}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}$$

avec  $\tau_1 = \frac{-1}{\omega_n(-z - \sqrt{z^2 - 1})}$ ,  $\tau_2 = \frac{-1}{\omega_n(-z + \sqrt{z^2 - 1})}$

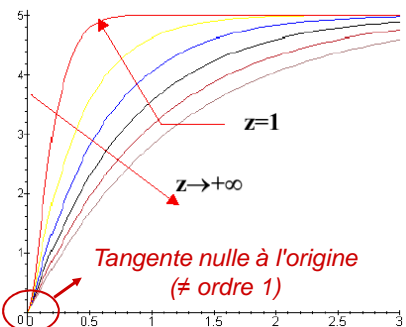
2 ordre 1 en série...
   
 $\rightarrow \left[ \frac{1}{1 + \tau_1 s} \right] \rightarrow \left[ \frac{1}{1 + \tau_2 s} \right] \rightarrow$

Réponse à un échelon:  $E(s) = \frac{E_0}{s}$



$$S(s) = \frac{KE_0}{\tau_1 - \tau_2} \left( \frac{\tau_1}{s(1 + \tau_1 s)} - \frac{\tau_2}{s(1 + \tau_2 s)} \right)$$

$$s(t) = \frac{KE_0}{\tau_1 - \tau_2} \left( \tau_1 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) - \tau_2 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right)$$



25

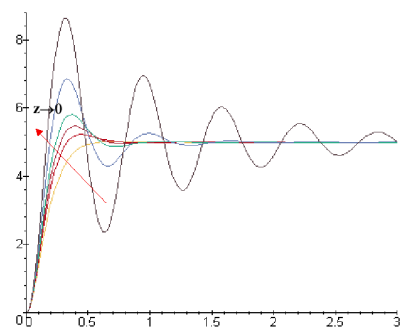
### Ordre 2 oscillant

•  $0 < z < 1$ , 2 pôles imaginaires conjugués à partie réelle  $< 0$


Réponse à un échelon:  $E(s) = \frac{E_0}{s}$

$$S(s) = \frac{KE_0}{s \left( \frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2z}{\omega_n} s + 1 \right)}$$

$$s(t) = KE_0 \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} e^{-z\omega_n t} \cdot \left( \sin(\omega_n \sqrt{1-z^2} \cdot t - \varphi) \right) \right]$$
 avec  $\varphi = \arctg \frac{\sqrt{1-z^2}}{-z}$



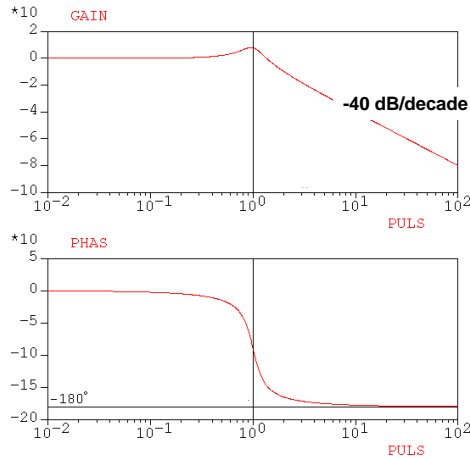
•  $z < 0$ , partie réelle  $> 0$ , le système diverge...



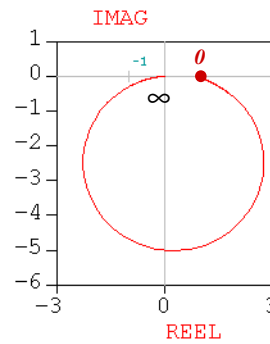
6

## 2eme ordre, suite & fin...

### BODE

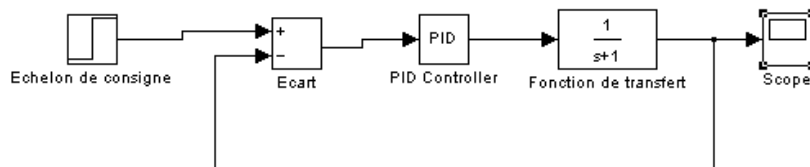
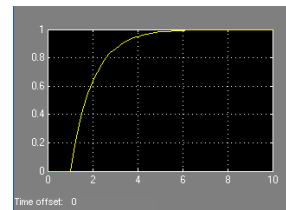
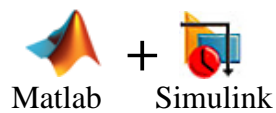


### NYQUIST



27

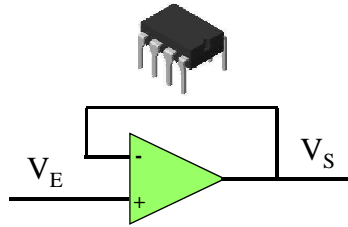
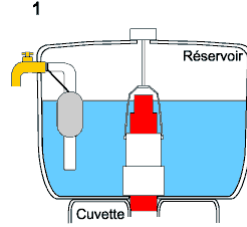
## Méthode + simple: la simulation...



**Simulateur de systèmes dynamiques**

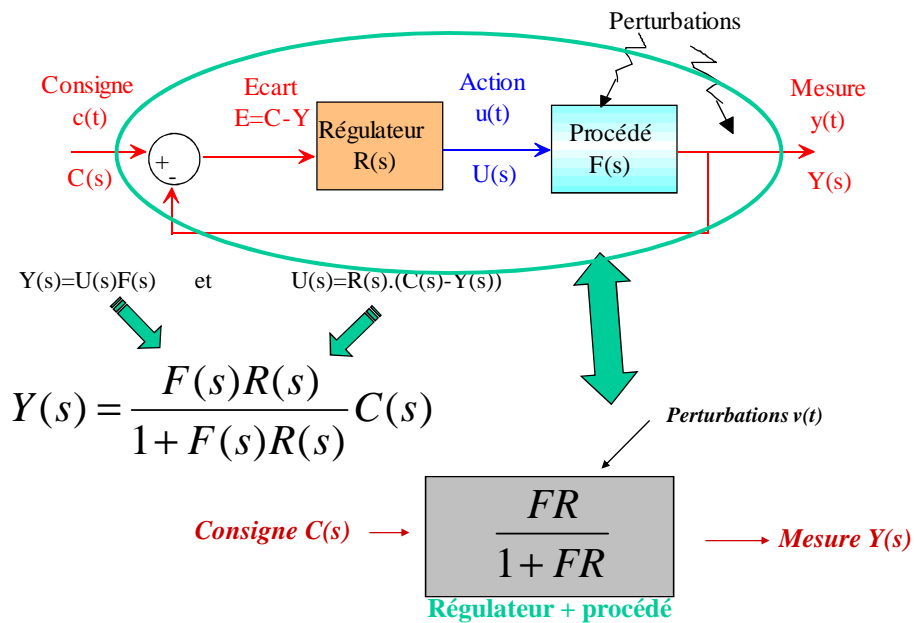
**Résolution **numérique** de systèmes d'équations différentielles**

# Régulation...



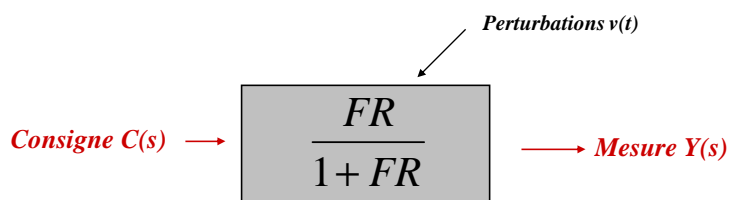
29

## Boucle de régulation classique



30

## Régulateur idéal



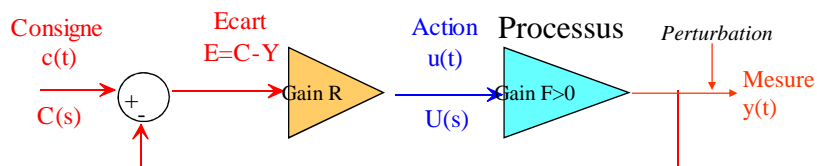
Régulateur « idéal »: mesure = consigne  $\forall t$

$$\longrightarrow \frac{FR}{1 + FR} = 1!$$

31

## Cas simple (et généralement peu réaliste...):

R et F = gain réel



$$y(t) = \frac{RF}{1 + RF} c(t) = \alpha \cdot c(t)$$

$$\alpha \rightarrow 1 \text{ si } R \rightarrow \pm\infty$$

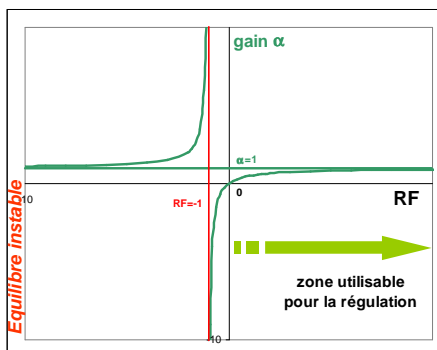
$R < -1$  **Equilibre instable**

$$\Delta y_1 > 0 \rightarrow \text{regul} \rightarrow \Delta y_2 > \Delta y_1$$

$R > 0, R \rightarrow +\infty$  **Equilibre stable**

$$\Delta y_1 > 0 \rightarrow \text{regul} \rightarrow \Delta y_2 < 0$$

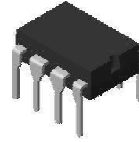
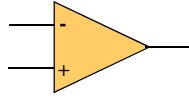
**Il faut nécessairement une contre-réaction NEGATIVE**



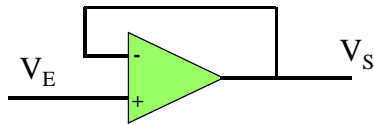
32

## Exemple en électronique: l'Amplificateur Opérationnel

$$V_s = G \cdot (V_+ - V_-), \quad G > 10^5$$

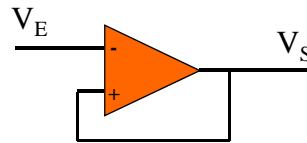


Contre-réaction négative:



Équilibre stable

Contre-réaction positive:



Équilibre instable

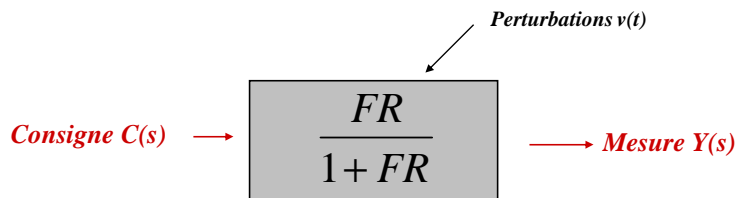
$$V_s = \frac{G}{1+G} V_E \approx V_E$$

33

## Cas général, stabilité de la boucle de régulation

définition généralement *choisie* : La réponse à un échelon *de consigne* est-elle stable ?

*Attention, un système stable suivant ce critère, peut être instable dans d'autres circonstances, exemple: consigne sinusoïdale*



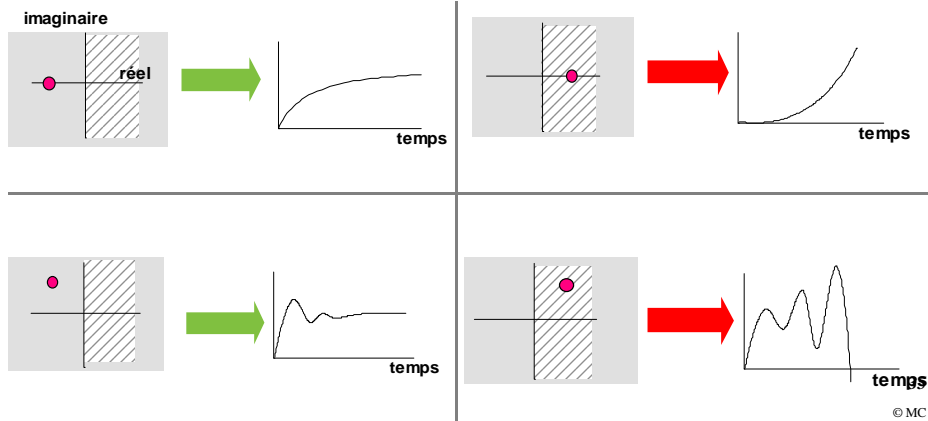
*La boucle de régulation est stable si toutes les racines de  $1+FR$  ont leur partie réelle strictement négative.*

34

## Stabilité: 1 - Placement des pôles

$$\text{Consigne } C(s) \rightarrow \frac{FR}{1+FR} \rightarrow \text{Mesure } Y(s)$$

Racines de  $1+FR$ :



© MC

## Stabilité: 2 – Critère du revers de Nyquist

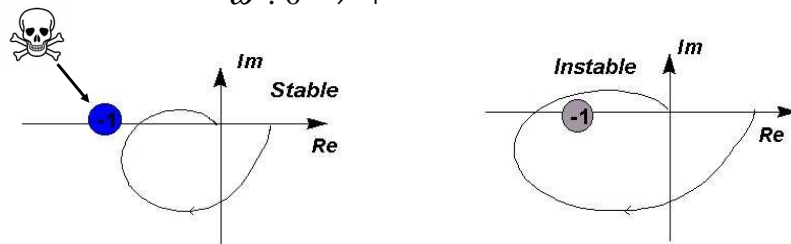
Critère de stabilité utilisable avec fonctions de transfert pouvant se mettre sous la forme:

$$\frac{G(s)}{1+G(s)} \rightarrow \text{Boucles de régulation}$$

$$\text{Consigne } C(s) \rightarrow \frac{FR}{1+FR} \rightarrow \text{Mesure } Y(s)$$

Tracé du diagramme de Nyquist de  $F(j\omega) \cdot R(j\omega)$  dans le plan complexe

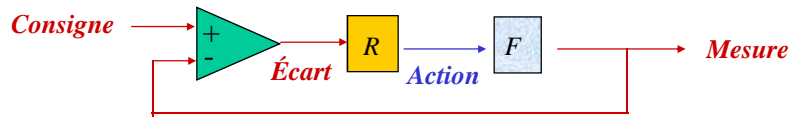
$$\omega : 0 \rightarrow +\infty$$



36

(démonstration: voir [http://www-hadoc.lag.ensieg.inpg.fr/hadoc/continuu/n32/32\\_toc.htm](http://www-hadoc.lag.ensieg.inpg.fr/hadoc/continuu/n32/32_toc.htm))

## Stabilité & revers: tentative d'explication



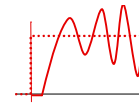
Régulation  $\Rightarrow$  « contre réaction négative »

$$\Rightarrow \operatorname{Re}(\mathbf{RF}(j\omega)) : > -1$$

**C.N. de stabilité**

$$\frac{R.F}{1 + R.F}$$

A l'opposé, si  $\exists$  fréquence  $\omega$  pour laquelle  $\operatorname{Re}(\mathbf{RF}(j\omega)) < -1$   
« contre réaction positive »  $\Rightarrow$  **OSCILLATIONS INSTABLES**



En particulier, un déphasage de  $\pi$  rend la contre-réaction positive!

37

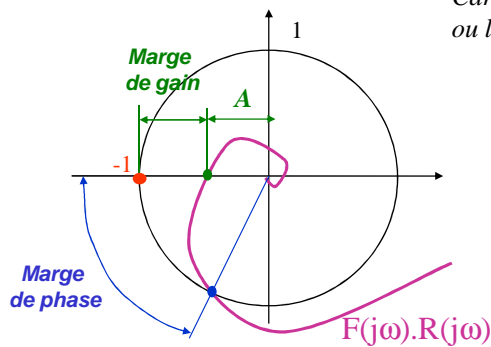
## Les marges de régulation

Danger de se rapprocher de l'instabilité « au plus juste »:

- Incertitude sur la modélisation
- Perturbations
- Non linéarité
- oscillations

$\Rightarrow$  Marge de sécurité

Caractérisée par la *marge de gain*\*  
ou la *marge de phase*



Ex: *marge de gain de 6 dB*

Ou *marge de phase de 60°*

Critère du revers de Nyquist

$$* 20\log_{10}\left(\frac{1}{|A|}\right)$$

38

## Diagramme de Black

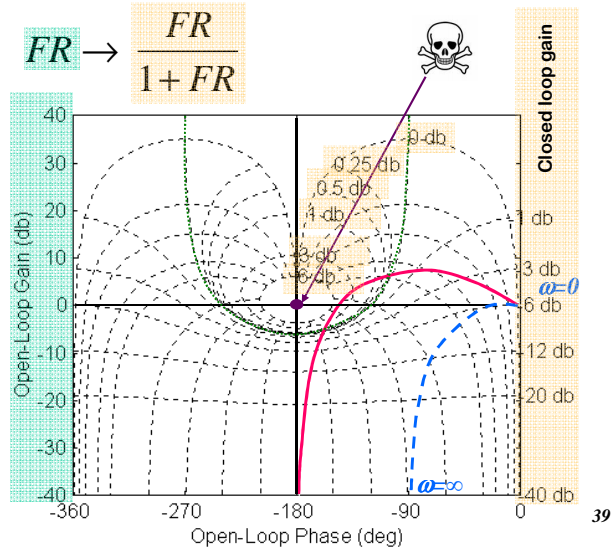
Graphe gain=f(déphasage)

+ abaques

$$FR \rightarrow \frac{FR}{1+FR}$$

*Permet de déterminer sans calcul les gains et déphasages en boucle fermée à partir de leur valeur en boucle ouverte:*

- - - **Ordre 1**
- **Ordre 2,**
- 2 pôles « légèrement oscillants »**

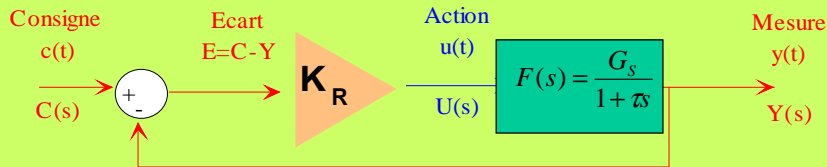


## La régulation PID

# TD 3

## PID: 1: La régulation Proportionnelle

L'action est proportionnelle à l'écart entre la consigne et la mesure :



$$\frac{Y(s)}{C(s)}$$

- Si  $F(s)$  est un ordre 1, montrer que  $C(s)$  est aussi un ordre 1 dont on déterminera le gain statique  $G'$  et la constante de temps  $\tau$ .
- Quelles sont les valeurs « idéales » de  $G'$  et  $\tau$  ?
- La régulation peut-elle être instable? (critère du revers)

sol

41

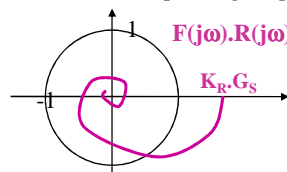
## Régulation proportionnelle: processus d'ordre 1 + retard

$$F(s) = \frac{G_s}{1 + ts} e^{-\theta s}$$

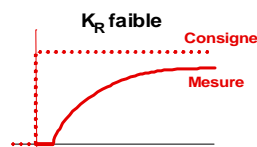
$$R(s) = K_R$$

Stabilité de  $\frac{F(s)R(s)}{1 + F(s)R(s)}$

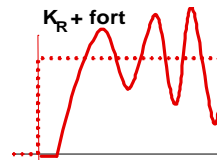
$\omega \hat{\tau}$ : atténuation + déphasage # proportionnel à  $\theta$



Critère du revers  $\rightarrow$  Instabilité si  $G_s K_R \geq \frac{\pi \tau}{2 \theta} \approx 1.6 \frac{\tau}{\theta}$



Non précis



Non stable

Démonstration:

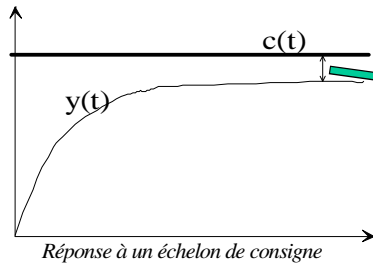
**TD 4**

42

## Régulation proportionnelle: Ecart de statisme

La réponse à un échelon de consigne est un ordre 1 dont le gain statique est:

$$K' = \frac{K_R G_S}{1 + K_R G_S} < 1!$$



$$\Delta Y = C \left( 1 - \frac{G_S K_R}{1 + G_S K_R} \right) = \frac{C}{1 + G_S K_R}$$

« écart de statisme »

Régulation proportionnelle → non précise

43

[simul](#)

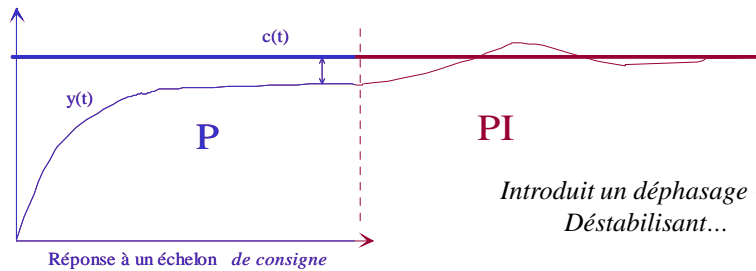
## Régulation proportionnelle + Intégrale (PI)

Idée : Pénaliser progressivement la permanence de l'erreur en ajoutant à l'action:

$$\int (c - y) dt$$

On l'associe toujours à l'action proportionnelle :  $R(s) = K_R \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$

Par convention,  $K_R$  agit sur les 2 actions.



Introduit un déphasage  $< 0$ :  
Déstabilisant...

44

[simul](#)

## La commande Dérivée : PID

Terme dérivée ajouté à l'action  $\frac{d(c - y)}{dt}$

- Permet de répondre instantanément à une variation de consigne ou à une perturbation.
- Généralement associé à PI :  $R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$
- Effet stabilisateur (déphasage  $>0$ ), par anticipation.

(tentative d'explication: Le problème vient du retard  $e^{-\theta s}$ , si au lieu du proportionnel pur  $R(s)=K_R$ , on prend  $R(s)=K_R e^{+\theta s}$ , on élimine le retard! Mais  $e^{+\theta s}$  est un retard négatif, donc irréalisable physiquement. On le remplace par son développement limité:  $1 + \theta s$  qui est un proportionnel + dérivée (PD), réalisable lui.)

- Mais amplifie les perturbations (dont bruit de mesure) et ce d'autant plus que leur fréquence est élevée, on l'associe généralement à un filtre passe-bas (ordre 1).

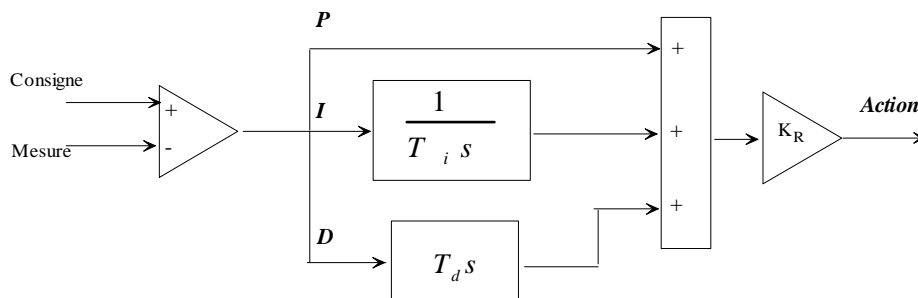
$$\frac{T_d s}{1 + \alpha s}$$

45

[simul](#)

## PID complet, bilan:

PID dit « parallèle » (par convention):

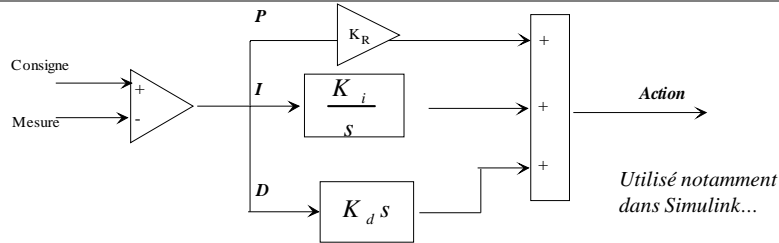


$$A(s) = K_R * \left[ e(s) + \frac{e(s)}{T_i \cdot s} + s \cdot T_d \cdot e(s) \right]$$

$$A(t) = K_R * \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} * \int e(t) dt + T_d * \frac{d(e(t))}{dt} \right]$$

46

## PID, autre convention:



$$A(t) = K_R * e(t) + K_I * \int e(t)dt + K_d * \frac{d(e(t))}{dt} \quad \text{convention « Simulink »}$$

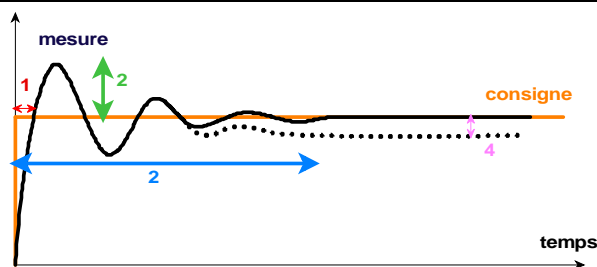
$$T_d = \frac{K_d}{K_R} \quad \longleftrightarrow \quad T_i = \frac{K_R}{K_I}$$

$$A(t) = K_R * \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} * \int e(t)dt + T_d * \frac{d(e(t))}{dt} \right] \quad \text{convention « classique »}$$

47

## Effets des actions PID, résumé:

Action	Temps de montée (1)	« overshoot »(2) et instabilité	Temps de stabilisation (3)	Écart de statisme (4)
Proportionnel: $K_R$ ↗	↘	↗	Peu de changement	↘
Intégral $K_i$ ↗	↘	↗	↗	élimination
Dérivée $K_d$ ↗	Peu de changement	↘	↘	Peu de changement



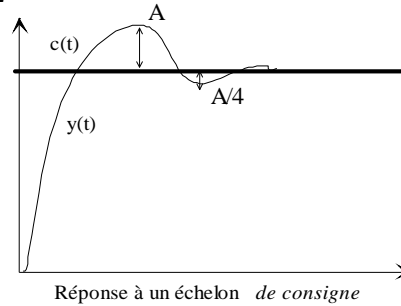
48

## Réglage d'un PID

**Critère de Ziegler & Nichols :**  
(1944...)

Objectif:

« Système oscillant amorti d'un facteur 4  
entre les 2 premières oscillations »



Méthodes:

- Identification
- Oscillations limites...

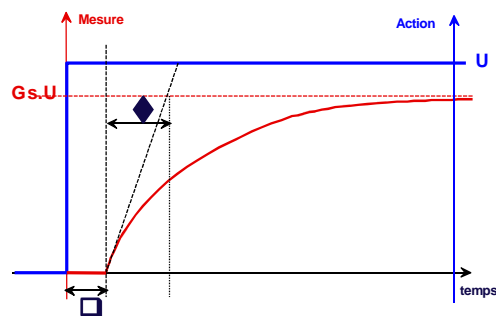
49

## Réglage à partir de l'identification (1)

Ordre 1 + retard

$$F(s) = \frac{G_s \exp(\theta s)}{1 + \tau s}$$

$$y(t) = G_s \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t-\theta}{\tau}\right) \right]$$



- Méthode graphique
- Logicielle (moindres carrés...)

50

## Réglage à partir de l'identification (2)

Ziegler & Nichols

« classique »

$$\left( \frac{\tau}{\theta} \geq 30 \right)$$

*Fort dépassement,*

« on peut diminuer  $K_R$  »

	$K_R$	$T_i$	$T_d$
P	$\tau/(\theta G_S)$	$\infty$	0
PI	$0.6\tau/(\theta G_S)$	$3\theta$	0
PID	$0.8\tau/(\theta G_S)$	$2\theta$	$0.4\theta$

On préfère souvent d'autres critères, comme par exemple:

CHRO

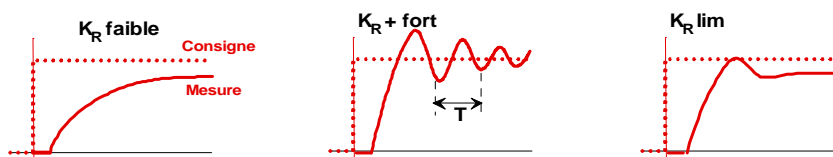
$$\left( \frac{\tau}{\theta} \leq 10 \right)$$

	$K_R$	$T_i$	$T_d$
P	$\tau/(\theta G_S)$	$\infty$	0
PI	$0.6\tau/(\theta G_S)$	$1.5 \tau$	0
PID	$0.8\tau/(\theta G_S)$	$\tau$	$0.4\theta$

51

## Méthode des oscillations limites

Réponse à un échelon de *consigne* en proportionnel pur,  
Recherche de la limite des oscillations



	$K_R$	$T_i$	$T_d$
P	$K_{Rlim}/2$	$\delta$	0
PI	$K_{Rlim}/2.2$	$0.8T$	0
PID	$K_{Rlim}/1.6$	$0.5T$	$0.1T$

(critères de Ziegler & Nichols)

52

## Autres critères...

<i>Ordre 1 + retard</i> $\frac{K}{1+\tau s}e^{-\theta}$	$K_R$	$T_i$	$T_d$
<i>Ziegler &amp; Nichols</i>	$0.8\tau/(\theta K)$	$2\theta$	$0.4\theta$
<i>Chien Hrones Reswick, overshoot 0 %</i>	$0.6\tau/(\theta K)$	$\tau$	$0.5\theta$
<i>Chien Hrones Reswick, overshoot 20 %</i>	$0.95\tau/(\theta K)$	$1.35\tau$	$0.47\theta$
<i>IMC</i>	$0.4\tau/(\theta K)$	$1.35\tau$	$0.5\theta$
<i>Cohen - Coon</i>	$\frac{1.35}{k} \left( \frac{\tau}{\theta} + 0.18 \right)$	$\frac{2.5\tau + 0.5\theta}{\tau + 0.61\theta}$	$\frac{0.37\tau}{\tau + 0.19\theta}$

Nécessité d'optimiser au cas par cas...

53

## Autres types de procédés...

<i>Autres modèles</i>	$K_R$	$T_i$	$T_d$
<i>Intégrateur + ret.</i> $\left(\frac{K}{s}e^{-\theta}\right)$ <i>Ziegler &amp; Nichols</i>	$1.2/(\theta K)$	$2\theta$	$0.4\theta$
<i>Intégrateur + ret.</i> $\left(\frac{K}{s}e^{-\theta}\right)$ <i>Chien Hrones Reswick</i>	$0.95/(\theta K)$	$2.4\theta$	$0.42\theta$
<i>Ordre 2 non osc. + ret.</i> $\frac{Ke^{-\theta}}{(1+\tau_1s)(1+\tau_2s)}$ <i>Haalman</i>	$\frac{2(\tau_1+\tau_2)}{3k\theta}$	$\tau_1+\tau_2$	$\frac{\tau_1\tau_2}{\tau_1+\tau_2}$
<i>Ordre 2 (Cte temps + amort.)</i> $\frac{k}{\tau^2s^2+2\xi\tau s+1}$ <i>IMC</i>	$\frac{\xi\tau}{k\theta}$	$2\xi\tau$	$\frac{\tau}{2\xi}$

54

## PID : remarques, problèmes et améliorations

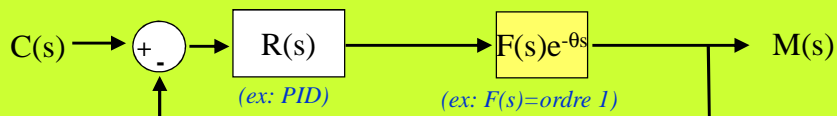
- Identification avec « ordre 1 + retard » souvent suffisante.
- Attention, processus souvent non linéaires (ex: chauffage par rayonnement).
- L'action est généralement bornée (ex: chauffage), d'où comportement différent... et souvent plus sur.

55

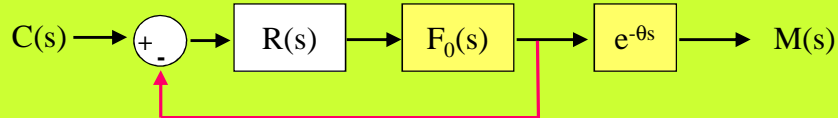
### TD 5

## Au delà du PID, ex: Prédicteur de Smith (1)

Les difficultés viennent essentiellement du retard...

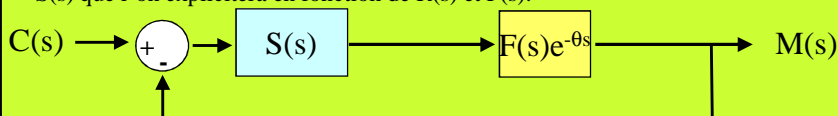


*Idée: réguler le même processus en sortant le retard de la boucle*



Cette solution n'est généralement pas réalisable directement.

Montrer que l'on peut se ramener à une boucle de régulation « classique » avec un régulateur  $S(s)$  que l'on explicitera en fonction de  $R(s)$  et  $F(s)$ :



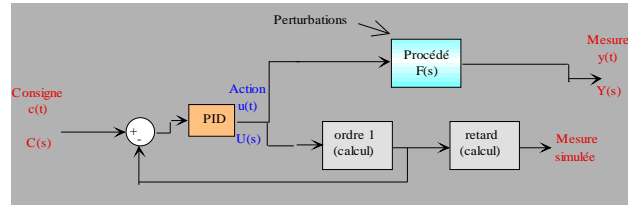
Montrer, en dessinant son schéma-bloc, que  $S(s)$  est réalisable

sol 56

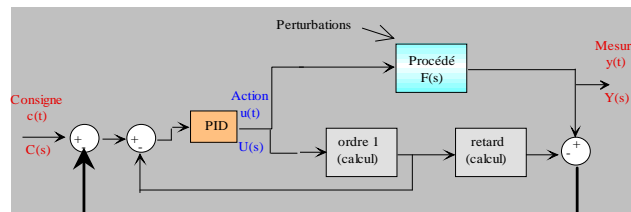
## Au delà de PID: Modèle de référence

Les difficultés viennent essentiellement du retard

*Idee: réguler le même processus sans retard grâce à une simulation:*



Et rattraper les éventuels écarts grâce à une 2eme boucle:



**Ce schéma est rigoureusement équivalent au régulateur de Smith...**

57

## Régulation numérique

**Complexité → régulation numérique**

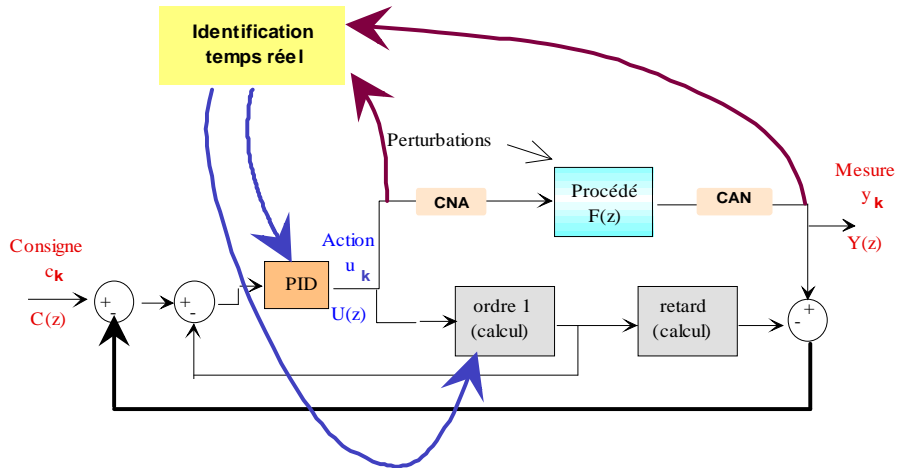
**Permet aussi, entre autres:**

- Autoadaptivité
- Commande prédictive etc...

[Regul num](#)

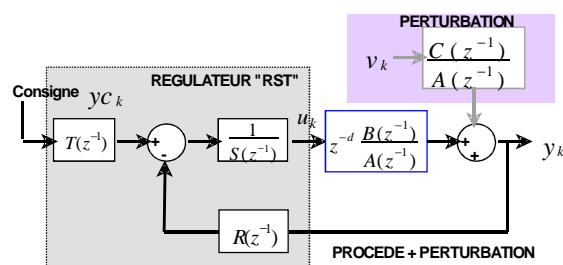
58

## L'identification en temps réel, ex: modèle de référence



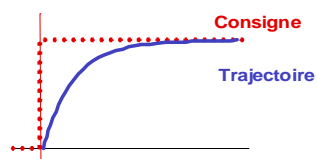
Mais, inconvénients du PID... 59

## Synthèse du régulateur et placement de pôles...



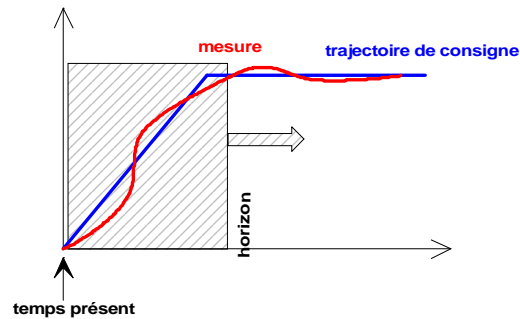
Consigne → **Trajectoire** → Mesure

Choix des polynômes R, S et T en fonction des fonctions de transfert du procédé et de la trajectoire désirée



60

## La commande prédictive



**Principe:** *Élaboration d'une commande (ou action) réduisant l'écart entre une « trajectoire » de consigne (donc connue dans un futur proche) et la mesure calculée à l'aide du modèle (au sens des moindres carrés). Cette minimisation se fait jusqu'à un certain temps au delà du temps présent, appelé « horizon ».*

61

## Bibliographie et liens Internet

### **Biblio:**

« **Techniques de l'ingénieur** » / Informatique industrielle / automatique.

"**Logique floue & régulation PID**", Scholten, ed: Publitronec, ISBN 2-86661-049-0  
Ouvrage de vulgarisation, comparaisons PID - logique floue

"**Boucles de régulation**", Pigeron, Mullot, Chaix..., ed: Bhaly autoédition Arles  
Ouvrage plus technique et plus complet

« **Asservissements et régulations continus, analyse et synthèse** », E. Boillot,  
ed. Technip : exemples d'asservissements

« **Identification et commande numérique des Procédés industriels**", R. Ben Abdennour, P. Borne...,  
ed: Technip, ISBN 2-7108-0798-X  
Ouvrage le plus complet (identification + commande)

« **Automatique des systèmes échantillonnés**", P. Vanheeghe, C. Sueur..., ed: Technip  
Éléments de cours et exercices résolus

« **Identification & commande adaptative** » R. Lozano, D. Taoutaou, ed. Hermès  
Pour les matheux...

« **La commande prédictive** », P. Boucher, D. Dumur, ed. Technip :  
Plus complet en commande, mais complexe.

62

### ***Liens Internet:***

1: <http://www-hadoc.lag.ensieg.inpg.fr/>: Hadoc, l'excellent site de nos voisins de LAG (Laboratoire d'Automatique de Grenoble): continu, discret, exercices, simulations en ligne...

2: <http://techni.tachemie.uni-leipzig.de/rege/>: Applets pour le calcul des actions PID (puis la simulation): de nombreuses méthodes.

3: <http://ae.tut.fi/~juke/java/pidtuning/>: Applets pour le calcul des actions PID (puis la simulation): de nombreuses méthodes (Ziegler & Nichols etc...) pour de nombreux cas (ordre 1, 2, intégrateur, avec ou sans retard...). Quelques défauts de fonctionnement. (Université de Tempere, Finlande)

4: <http://www.engin.umich.edu/group/ctm/>: Tutorial très complet de l'Université du Michigan avec des exemples géniaux comprenant théorie, solutions, programmes matlab (avec animations), mais pas Simulink.

5: <http://lorien.ncl.ac.uk/ming/Dept/Swot/connotes.htm>: Cours de l'Université de Newcastle, extrêmement complet: du PID à la logique floue en passant par le "robust control".

6: <http://www.onesmartclick.com/engineering/chemical-process-control.html>: Encore plus complet (collection de liens de M Prashant N. Mhatre, dont beaucoup vers le site précédent): One Smart Click.com, site de toutes les sciences de l'ingénieur...