Régulateur de Smith *1h30*

Corrigé

On désire réguler avec précision un four de recuit de laboratoire assimilé à un ordre 1 + retard, le problème est que ce four a un retard pur relativement important par rapport à sa constante de temps. Le profil de température doit de plus être une rampe linéaire de température suivie d'un palier. La réussite de l'opération de recuit dépend du degré de linéarité de la rampe et de la quasi-absence de dépassement.

Paramètres :

- Gain statique : G=500 °C/kW
- Constante de temps : τ=100 secondes,
- Retard pur : θ=20 secondes
- Profil : montée linéaire de la température ambiante à T_f=500°C , à v=10 °C/secondes
- Température ambiante : T_0=20°C

1 Dimensionnement du four :

- ***A partir de l'équation différentielle (A= action en kW), déterminer la puissance nominale minimale du four permettant de réaliser le profil de température. On prendra dans tout le problème une valeur de puissance nominale de 4 kW.***

$$\frac{dT}{dt}+\frac{1}{\tau}(T-T_0)=\frac{G}{\tau}A$$

La puissance s'écrit, d'après l'équa. Diff. : $P=\frac{1}{G}\left(T(t)-T_0+\tau\frac{dT}{dt}\right)$ et est donc maximale juste avant la fin de la rampe.

Température maxi : 500°C, soit T-T_0=480 °C

Et en fin de rampe dT/dt=10 °C/ sec, on doit donc avoir, en fin de rampe: $G=\frac{1}{P}\left(T\max-T_0+\tau\frac{dT}{dt}\right)$, soit P=(480+100*10)/500 = 2.96 kW au minimum. 4 kW permet donc d'avoir une marge confortable

2 Régulation PID *(pour rappel, donc à réaliser rapidement !)*

Réaliser sous Simulink une régulation PID du système, réponse à la rampe de consigne en tenant compte de la température ambiante. La puissance nominale sera simulée à l'aide de l'outil 

(simulink/non linear/saturation), ***en n'oubliant pas la borne inférieure …***

Dans Simulink, nous vous conseillons :

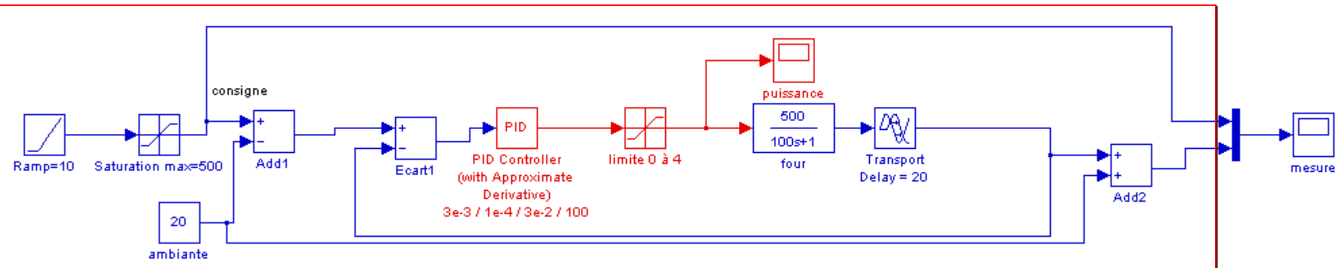
- *De régler dans le menu « simulation » : Simulation parameters / relative tolerance à 10^{-6}*
- *D'utiliser le PID intégré dans Simulink (Simulink Extras / additionnal linear / PID with approximate derivative). Le 4^{eme} paramètre, N, sert à filtrer la dérivée. Il permet parfois d'éviter des problèmes de simulation. Sa valeur par défaut (100) convient généralement. Attention, les paramètres « intégral » et « dérivée » sont K_i et K_d et pas les classiques t_i et t_d. On a alors :*

$$K_d = t_d K_R \quad \textbf{et} \quad K_i = \frac{K_R}{t_i}$$

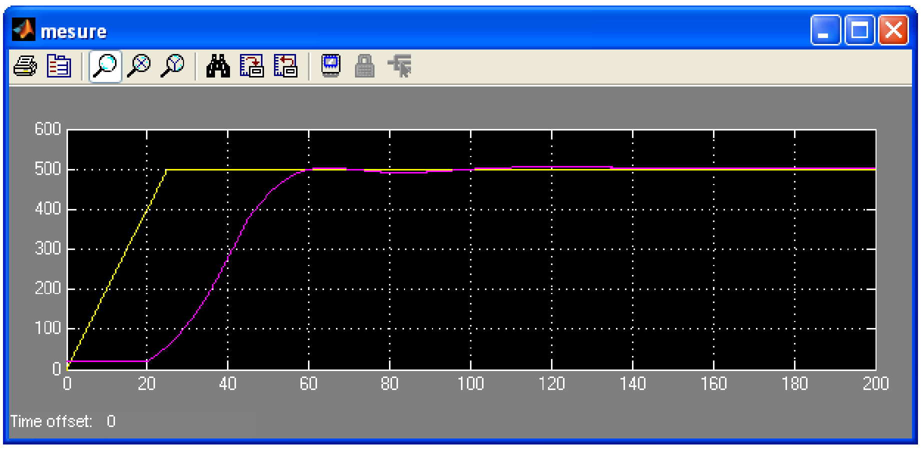
Rappel : calcul des ***ordres de grandeur*** *des actions à partir des paramètres d'identification :*

	K_R	t_i	t_d
Ziegler & Nichols $\left(\frac{\tau}{\theta} > 30\right)$	$K_R = \frac{0.8\tau}{\theta G}$	2θ	0.4θ
CHR0 $\left(\frac{\tau}{\theta} \leq 10\right)$	$K_R = \frac{0.8\tau}{\theta G}$	τ	0.4θ

- ***Optimiser succinctement la régulation.***

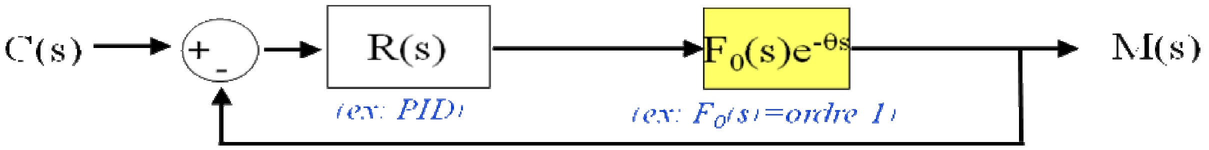


- **En bleu : grandeurs homogènes à une température**
- **Rouge : tension (action)**

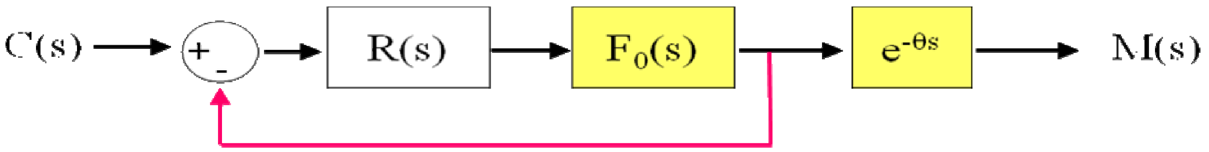


- Rapport (cte de temps)/retard faible : utiliser CHR0
- Il est très difficile d'obtenir une montée linéaire avec un PID

3 Amélioration avec un régulateur de Smith

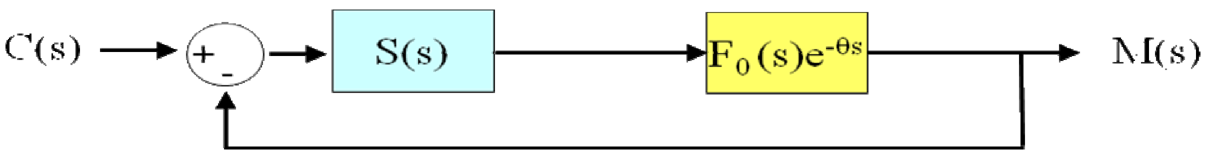


Les difficultés de la régulation PID viennent essentiellement du retard : en l'absence de retard, un proportionnel à fort gain est suffisant. Une idée serait donc de réguler le processus en sortant le retard de la boucle :



Cette solution n'est généralement pas réalisable directement.

Montrer que l'on peut toutefois remplacer ce schéma par un autre, équivalent à une boucle de régulation « classique », avec un régulateur S(s) que l'on explicitera en fonction de R(s) et $F_0(s)$:



Montrer, en dessinant son schéma-bloc, que S(s) est réalisable

Trouver S(s) tel que: $$G(s) = \frac{R(s)F_0(s)}{1+R(s)F_0(s)}e^{-\theta s} = \frac{S(s)F(s)}{1+S(s)F(s)}$$

avec $F(s) = F_0(s)e^{-\theta s}$

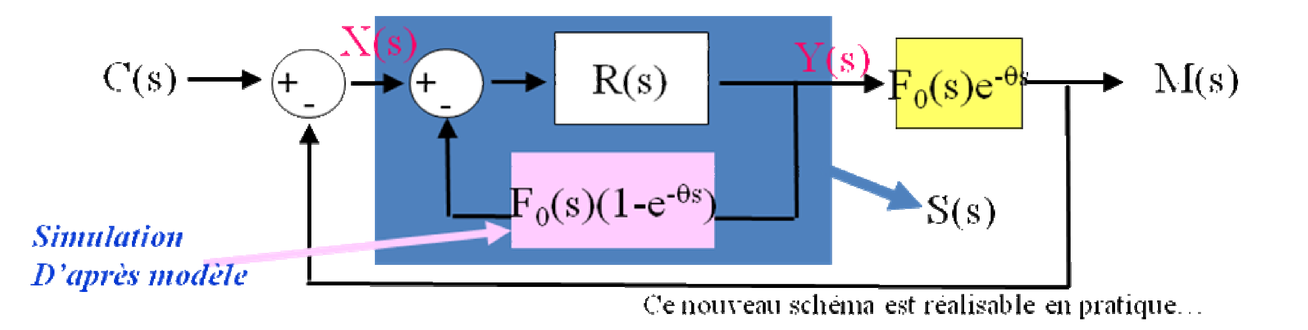
$$\Rightarrow S(s)F(s)\left(1+R(s)F_0(s)\right) = \left(1+S(s)F(s)\right)R(s)F_0(s)e^{-\theta s}$$

$$\Rightarrow S(s)F(s) + S(s)F(s)R(s)F_0(s) = R(s)F_0(s)e^{-\theta s} + S(s)F(s)R(s)F_0(s)e^{-\theta s}$$

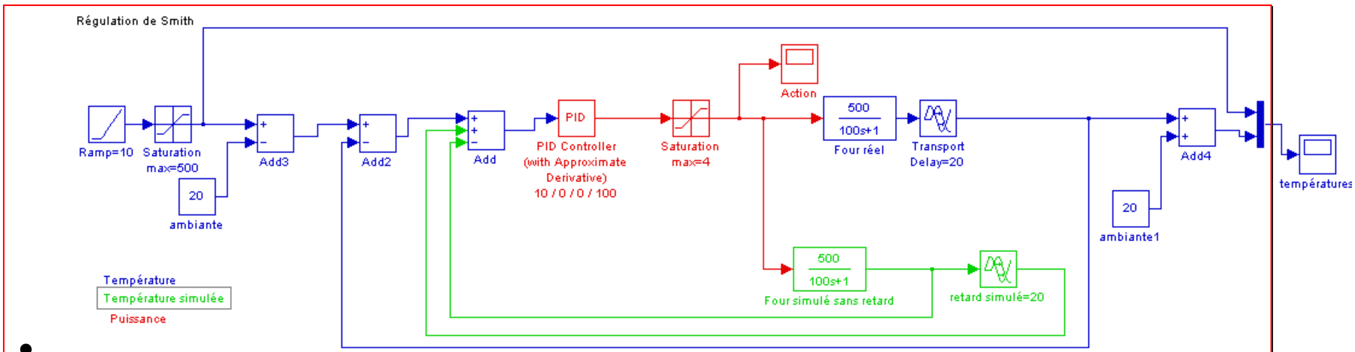
$$\Rightarrow S(s)\cancel{F(s)}\left(1+R(s)F_0(s)\left(1-e^{-\theta s}\right)\right) = R(s)\cancel{F_0(s)e^{-\theta s}}$$

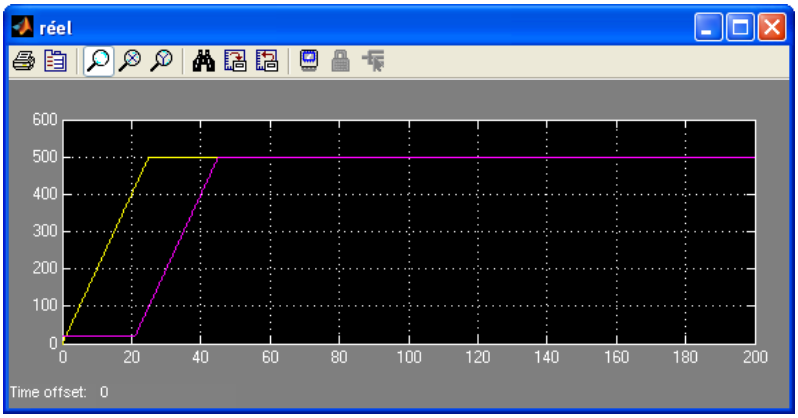
$$\Rightarrow S(s) = \frac{R(s)}{1+R(s)F_0(s)\left(1-e^{-\theta s}\right)} = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

$$Y(s) = R(s)X(s) - R(s)F_0(s)\left(1-e^{-\theta s}\right)Y(S)$$



- ***Réaliser, régler puis tester ce schéma sous Simulink avec le four de recuit de laboratoire. A priori, un proportionnel « pur » devrait suffire puisque le retard est « sorti » de la boucle.***

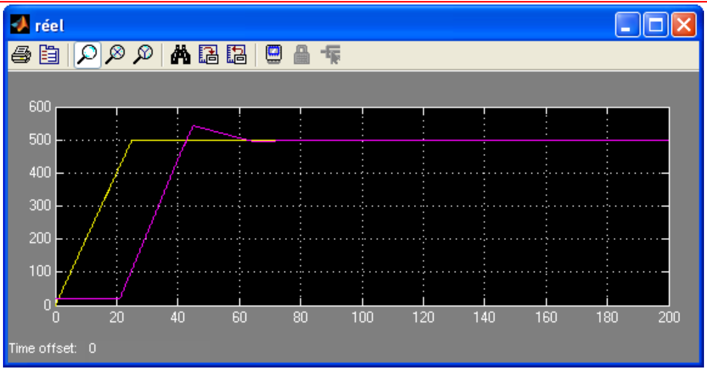




- Régulation très bonne, mais signal décalé du retard… il suffit de commencer la rampe + tôt…

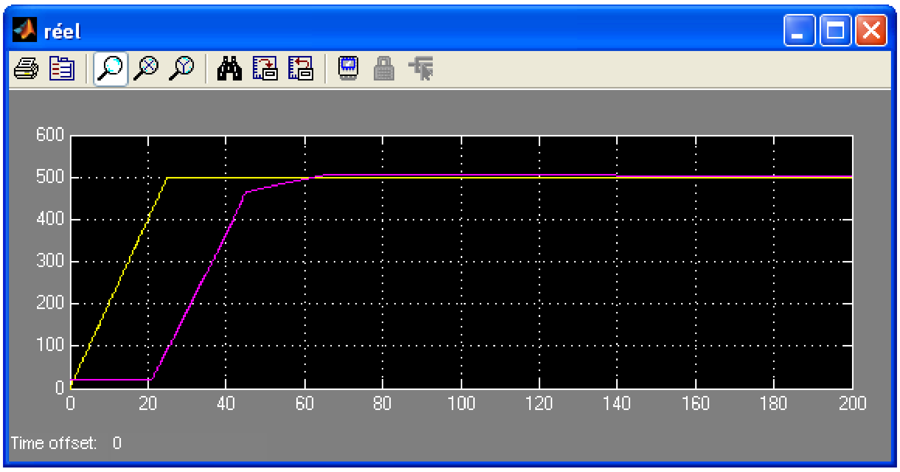
- ***Robustesse de la régulation : Vérifier l'effet de variations des 3 paramètres de modélisation (par exemple de 10%) sur la qualité de la régulation.***

Gain stat. : G'=450



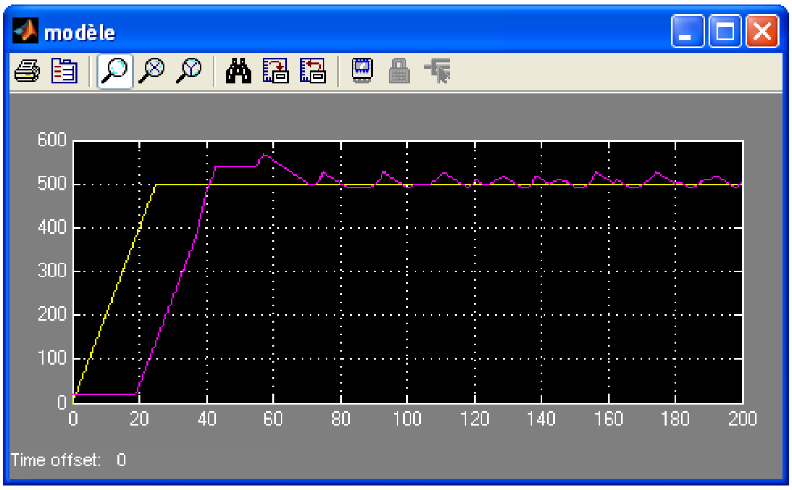
Dépassement, rampe linéaire mais de pente modifiée.

Cte de temps : τ'=90



Rampe linéaire mais de pente modifiée.

Retard : θ=18



Instabilités…

- ***Conclusions*** ?

- Régulation de Smith : très performant, mais tolère mal les erreurs d'identification (>10%, notamment retard), et donc les perturbations.