

Résolution approchée du problème de set packing bi-objectif

Xavier Delorme^{1,2}, Xavier Gandibleux² et Fabien DEGOUTIN^{1,2}



1. Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industrielles et Humaines

Équipe : Recherche Opérationnelle et Informatique



2. Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité

Unité de Recherche : Évaluation des Systèmes de Transports

Automatisés et de leur Sécurité

Plan de la présentation

Set Packing bi-objectif

Résolution

Expérimentations

Conclusion et perspectives

Set Packing Problem bi-objectif

$$\max \sum_{i=1}^n c_i^1 x_i$$

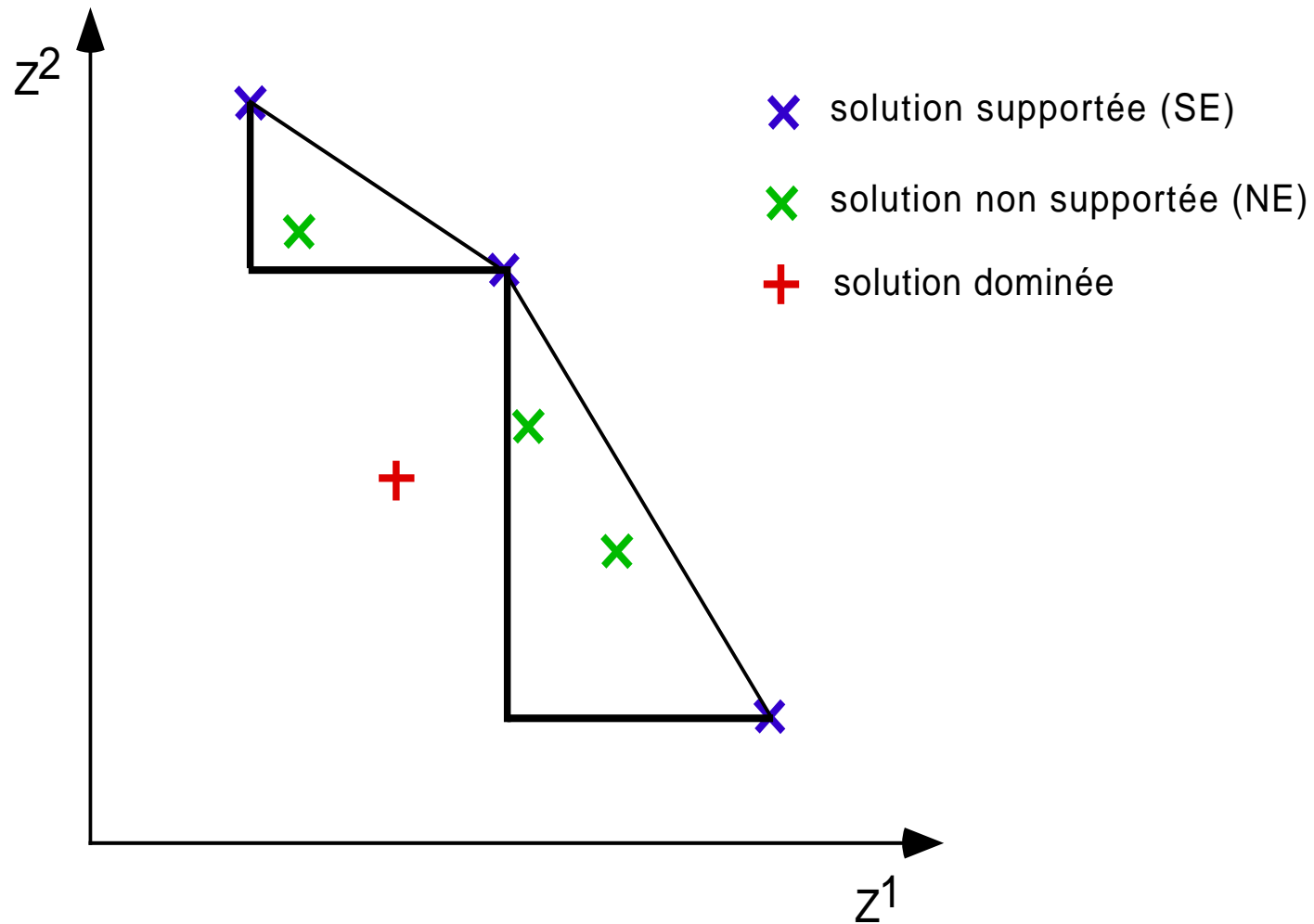
$$\max \sum_{i=1}^n c_i^2 x_i$$

$$\text{s/c } \sum_{i=1}^n t_{li} x_i \leq 1 \quad l = 1, \dots, k$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

avec $t_{li} \in \{0, 1\}$.

Solutions efficaces



Problème ferroviaire

Exploitation des infrastructures ferroviaires :

- conflits entre trains empruntant le même parcours :
 - contraintes d'incompatibilités entre trains

- multi-objectif :
 - maximiser le nombre total de trains
 - maximiser le nombre de trains de chaque type
 - maximiser les préférences du décideur

Plan de la présentation

Set Packing bi-objectif

Résolution

Expérimentations

Conclusion et perspectives

Résolution du bi-SPP

Problème NP-difficile

Atteinte des limites d'une résolution exacte

⇒ Utilisation des métaheuristiques

Pas d'existant, utilisation de 2 approches :

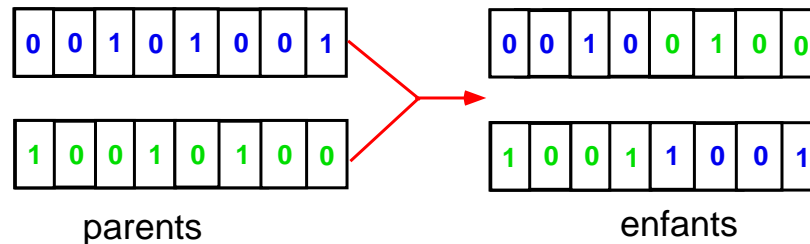
- métaheuristique multi-objectif générique
- métaheuristique mono-objectif spécialisée SPP

Strength Pareto Evolutionary Algorithm

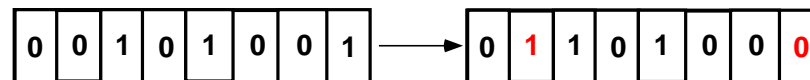
SPEA présente de bons résultats sur le problème de sac à dos multi-objectif

→ opérateurs génétiques :

- croisement :



- mutation :



→ opérations de sélection et d'évaluation des individus : concept de dominance Pareto

SPEA pour le bi-SPP

Paramètres :

- population initiale de 50 individus obtenue par un glouton
- taux de croisement : 80 %
- taux de mutation : 4 %

Adaptation au niveau des individus :

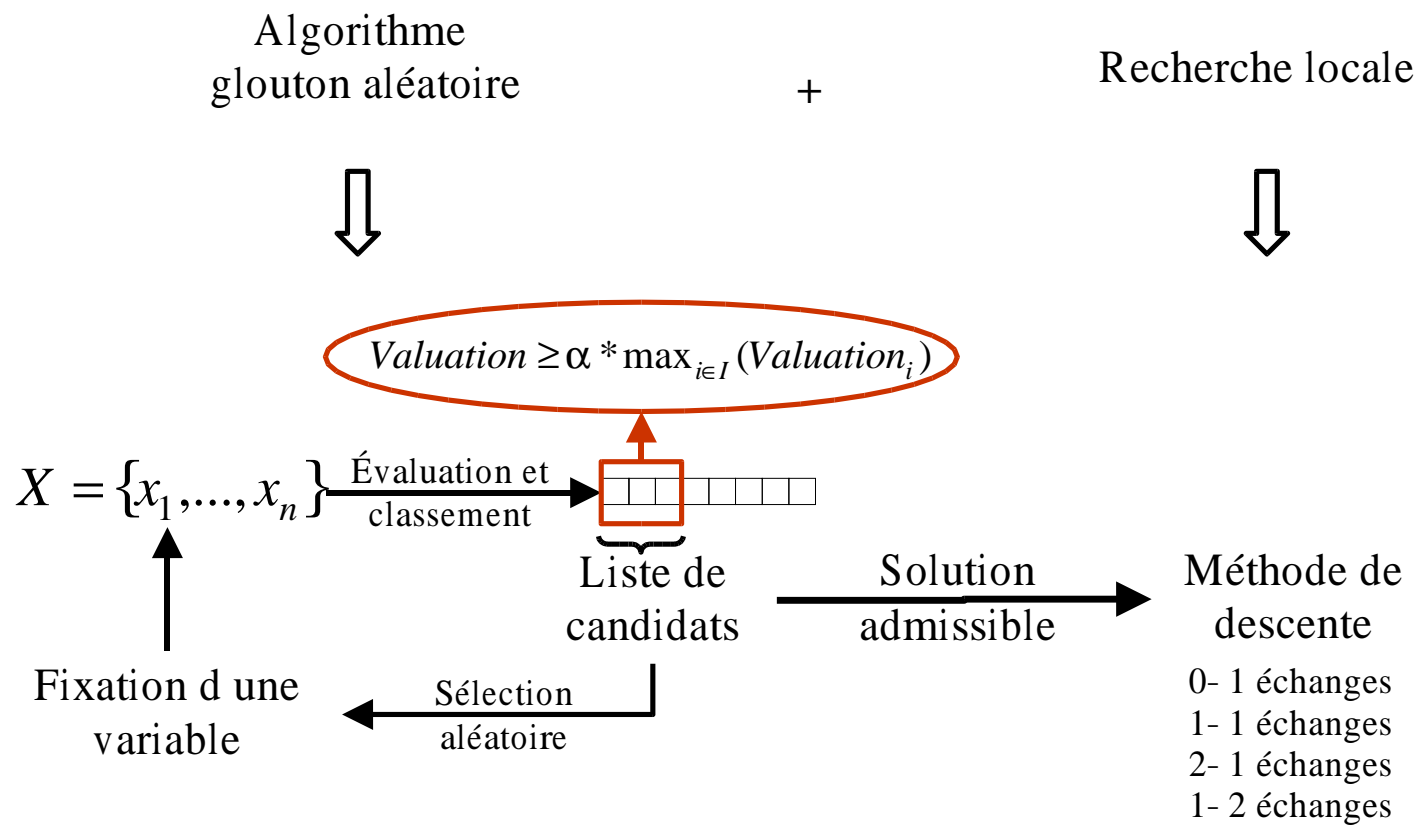
- conserver des solutions réalisables : réparation
- améliorer les solutions : saturation

Améliorations :

- 3 directions de recherche pour la saturation
- garder toutes les solutions potentiellement efficaces
- phase de recherche locale (1-1 échanges)

Métaheuristique mono-objectif spécialisée SPP

Greedy Randomized Adaptative Search Procedure (GRASP)



Améliorations en mono-objectif

Reactive GRASP :

- choix dynamique du paramètre α

Path relinking :

- calcul de chemins entre les meilleures solutions

Processus d'apprentissage :

- éviter les contraintes bloquantes

Modifications pour le cas bi-objectif

Application de l'algorithme suivant 20 directions sur l'espace des objectifs :

$$\rightarrow \lambda c^1 * (1 - \lambda)c^2, \lambda \in \{0, \frac{1}{19}, \dots, \frac{18}{19}, 1\}$$

Plusieurs solutions par directions :

→ conserver toutes les solutions potentiellement efficaces

Plan de la présentation

Set Packing bi-objectif

Résolution

Expérimentations

Conclusion et perspectives

Instances 1/2

6 familles de fonctions objectifs ont été utilisées :

- A : aléatoires
- B : aléatoires et symétriques
- C : aléatoires avec motifs
- D : symétriques avec motifs
- E : un unitaire et un aléatoire
- F : un unitaire et un avec motifs

Instances 2/2

Caractéristiques :

- 100 ou 200 variables
- de 300 à 1 000 contraintes
- une densité de la matrice T de 1% à 3%

⇒ 120 instances

Disponibles sur le site de la MCDM :

- <http://www.terry.uga.edu/mcdm/>

Résolution exacte

Méthode dichotomique

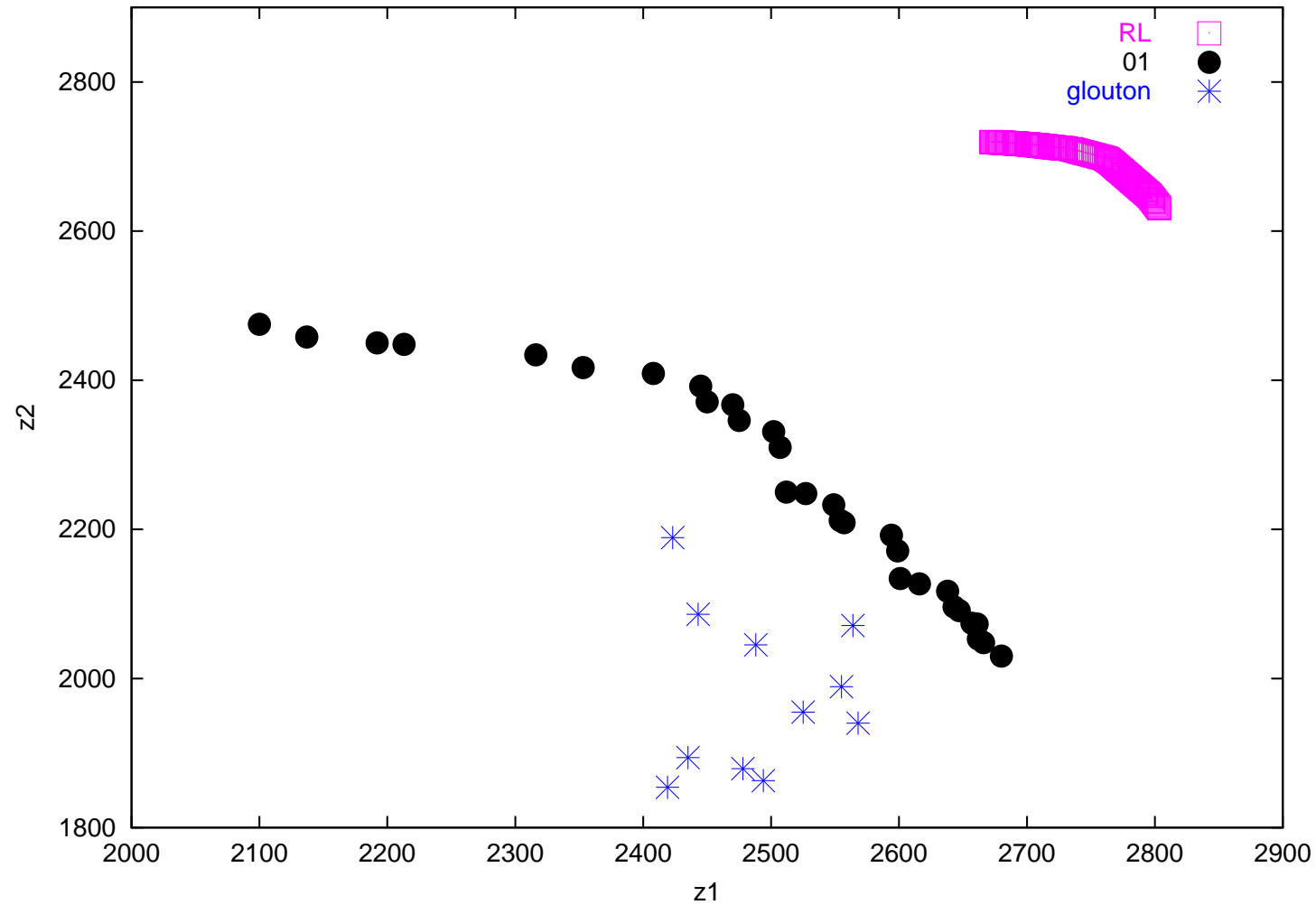
Relativement peu de solutions efficaces

	A	B	C	D	E	F	Moyenne
100 variables	18,2	18,4	19,8	16,6	4,2	4,1	13,6
200 variables	39	35,1	44,2	32,9	5	5,5	27

Forme particulière de la frontière efficace, existence de “trous”

Mauvaise qualité des bornes

Frontière efficace et bornes



Temps de résolution exacte

Temps moyens très importants

	A	B	C	D	E	F	Moyenne
100	96	120	109	66	33	29	76 s
200	62188	51007	53142	57478	46695	63613	55687 s

⇒ jusque 360 000 secondes !

Résolution approchée

Temps alloué à chaque métaheuristique :

- 20 s pour les instances à 100 variables
- 80 s pour les instances à 200 variables

Indicateurs utilisées pour comparer les 2 métaheuristicues :

- pourcentage de solutions efficaces trouvées (M1)
- distance euclidienne moyenne à la frontière efficace
- l'hypervolume (S-metric) : surface (pour le bi-SPP) définie dans l'espace des objectifs par l'ensemble des solutions efficaces

SPEA \succ GRASP

Pourcentages moyens de solutions efficaces trouvées

	A	B	C	D	E	F	Moyenne
SPEA	75%	76%	75%	82%	82%	83%	79%
GRASP	72%	70%	73%	79%	68%	73%	72%

Distances moyennes à la frontière efficace

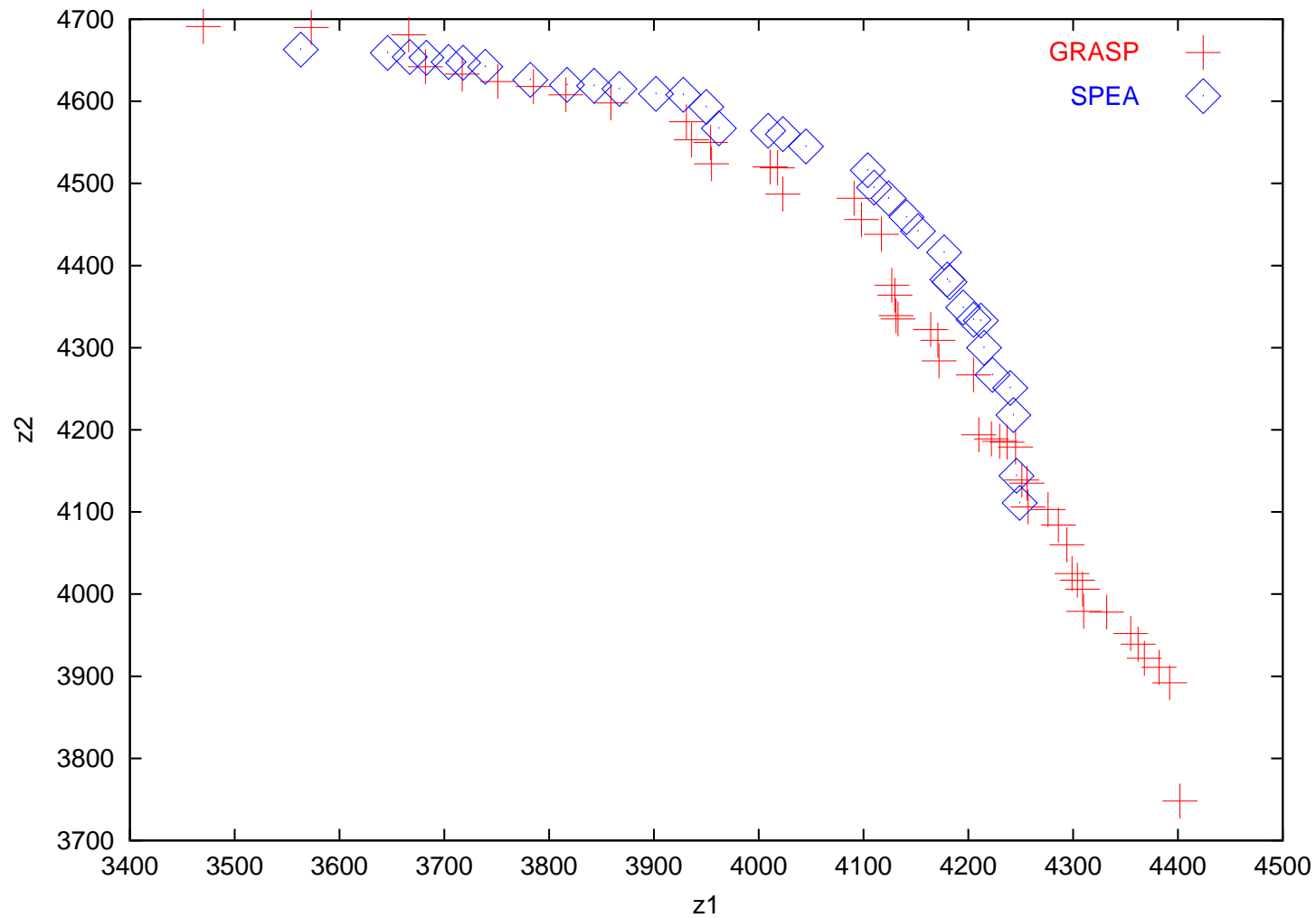
	A	B	C	D	E	F	Moyenne
SPEA	4,62	4,49	4,70	2,24	1,96	1,25	3,21
GRASP	5,12	5,24	3,65	3,73	9,19	13,76	6,78

GRASP \succ SPEA

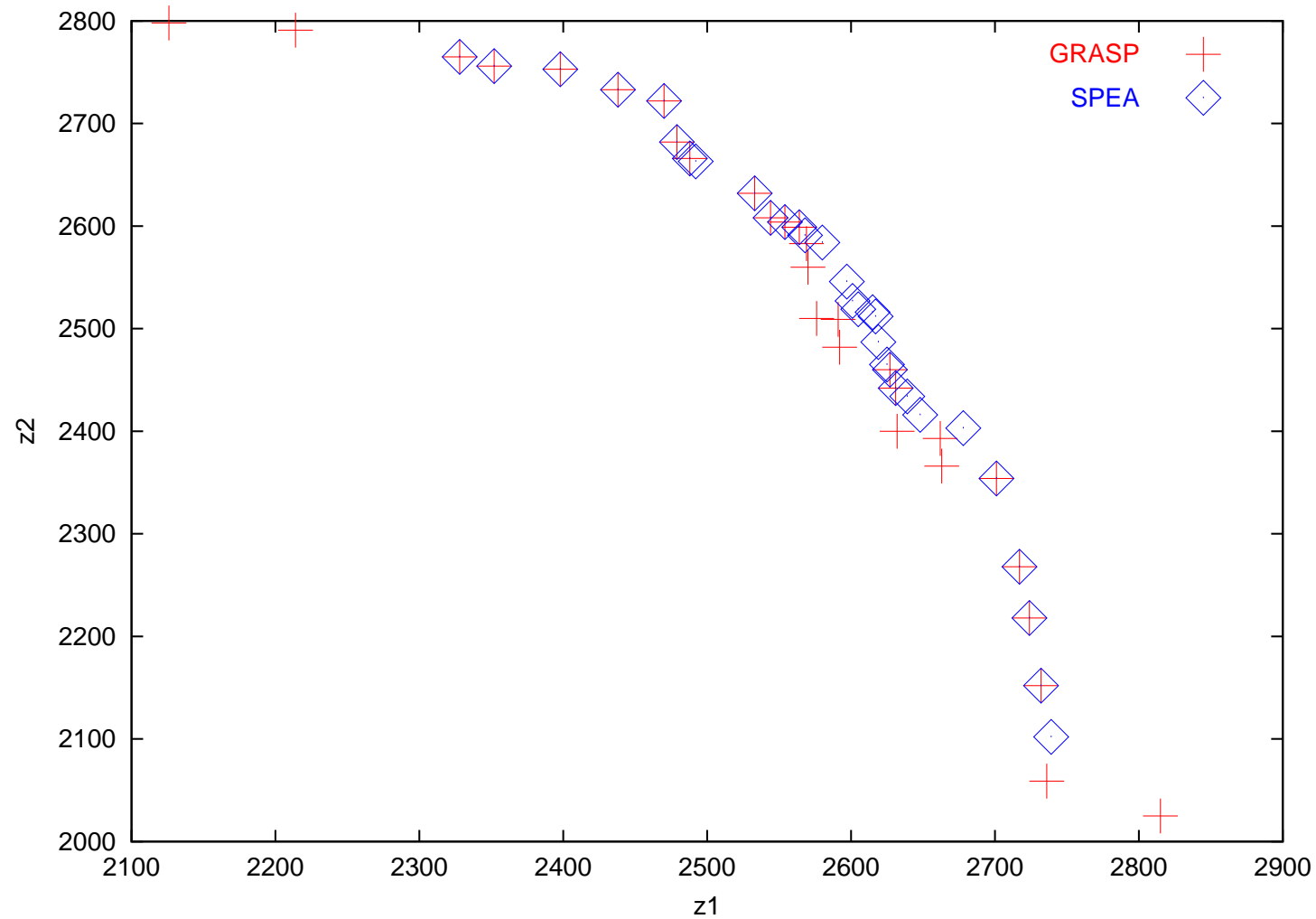
Hypervolume : Pourcentages moyens de la frontière efficace

	A	B	C	D	E	F	Moyenne
SPEA	98,9	98,8	99,0	99,3	99,1	99,0	99,0 %
GRASP	99,9	99,8	99,9	99,9	99,2	99,4	99,7 %

Exemples 1/2



Exemples 2/2



Plan de la présentation

Set Packing bi-objectif

Résolution

Expérimentations

Conclusion et perspectives

Conclusion

Travail exploratoire (taille des instances limitées)

2 métaheuristiques différentes : SPEA / GRASP

Résultats très intéressants :

- plus de 79 % des solutions efficaces trouvées
- distance faible
- plus de 99% de l'hypervolume couvert

Pas une métaheuristique supérieure à l'autre

Discussion et perspectives

Indicateurs :

- utiles pour comparer des métaheuristiques
- éviter de tirer des conclusions trop hâtives

Phase de path-relinking dédiée multi-objectif pour GRASP

Hybridation GRASP - SPEA :

- GRASP initialise SPEA : meilleure couverture
- SPEA densifie et améliore l'approximation