

# Une heuristique hybride pour le problème de set packing biobjectif

Xavier Delorme<sup>1,2</sup>, Xavier Gandibleux<sup>2,3</sup> et Fabien DEGOUTIN<sup>2,4</sup>



1. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne  
Centre : Génie Industriel et Informatique



2. Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique  
industrielles et Humaines

Équipe : Recherche Opérationnelle et Informatique



3. Laboratoire d'Informatique de Nantes Atlantique



4. Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité  
Unité de Recherche : Évaluation des Systèmes de Transports  
Automatisés et de leur Sécurité

# ***Plan de la présentation***

- ❑ **Set Packing biobjectif**
- ❑ Heuristiques SPEA et GRASP
- ❑ Hybridation des deux heuristiques
- ❑ Expérimentations
- ❑ Conclusion et perspectives

# Set Packing Problem bi-objectif

$$\max \sum_{i=1}^n c_i^1 x_i$$

$$\max \sum_{i=1}^n c_i^2 x_i$$

$$\text{s/c} \quad \sum_{i=1}^n t_{li} x_i \leq 1 \quad l = 1, \dots, k$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

avec  $t_{li} \in \{0, 1\}$ .

# Caractéristiques du biSPP

## Application réelle

- ❑ Évaluation de la capacité des infrastructures ferroviaires

## Problème difficile

- ❑ NP-difficile
- ❑ peu de solutions efficaces
- ❑ beaucoup de trous dans la frontière efficace
- ❑ bornes de mauvaise qualité

⇒ utilisation de métaheuristiques

## Peu d'existant

- ❑ métaheuristique multi-objectif générique SPEA
- ❑ adaptation d'une métaheuristique mono-objectif GRASP

# ***Plan de la présentation***

- ❑ Set Packing bi-objectif
- ❑ Heuristiques SPEA et GRASP
- ❑ Hybridation des deux heuristiques
- ❑ Expérimentations
- ❑ Conclusion et perspectives

# ***Strength Pareto Evolutionary Algorithm pour le biSPP***

## Principaux éléments

- ❑ Population initiale (gloutons, solutions aléatoires)
- ❑ Opérateurs génétiques classiques (croisement, mutation)
- ❑ Conserver des solutions réalisables
  - ⇒ réparation
- ❑ Améliorer les solutions
  - ⇒ saturation sur 3 directions
  - ⇒ recherche locale (1-1 échanges)

## Opérations de sélection et d'évaluation des individus

- ❑ Concept de dominance Pareto
- ❑ Garder toutes les solutions potentiellement efficaces

# ***Greedy Randomized Adaptative Search Procedure pour le biSPP***

## Principaux éléments en mono-objectif

- ❑ grand nombre d'itérations
- ❑ phase gloutonne aléatoire
  - ⇒ adaptation dynamique du caractère aléatoire
  - ⇒ processus d'apprentissage
- ❑ Améliorer les solutions
  - ⇒ recherche locale (0-1, 1-1, 1-2 et 2-1 échanges)
  - ⇒ path relinking

## Adaptation au cas biobjectif

- ❑ application sur 20 directions sur l'espace des objectifs
  - ⇒  $\lambda c^1 * (1 - \lambda)c^2, \lambda \in \{0, \frac{1}{19}, \dots, \frac{18}{19}, 1\}$
- ❑ Plusieurs solutions par directions
  - ⇒ conserver toutes les solutions potentiellement efficace

# ***Plan de la présentation***

- ❑ Set Packing bi-objectif
- ❑ Heuristiques SPEA et GRASP
- ❑ Hybridation des deux heuristiques
- ❑ Expérimentations
- ❑ Conclusion et perspectives

# ***Pourquoi une hybridation***

## Approximation de SPEA

- proximité de la frontière efficace
- bonne densité de solutions
- difficulté à trouver les solutions extrêmes
- approximation s'améliore peu avec plus de temps

## Approximation de GRASP

- aptitude à trouver les solutions extrêmes
- approximation s'améliore avec plus de temps
- distance plus importante à la frontière efficace
- faible densité de solutions (trous)

⇒ Complémentarité des deux approches

# ***Principes de l'hybridation***

## 2 phases

- ❑ génération d'un ensemble de solutions avec GRASP
  - ⇒ 25 meilleures solutions sur chaque direction
  - ⇒ toutes les solutions potentiellement efficaces
- ❑ utilisation de ces solutions comme population initiale de SPEA

## Répartition du temps entre les 2 phases à égalité

⇒ GRASP n'est pas une simple phase d'initialisation

## SPEA agit comme une phase de post-optimisation

- ❑ intensifier la recherche près de la frontière efficace
- ❑ densifier la population

# ***Plan de la présentation***

- ❑ Set Packing bi-objectif
- ❑ Heuristiques SPEA et GRASP
- ❑ Hybridation des deux heuristiques
- ❑ **Expérimentations**
- ❑ Conclusion et perspectives

# ***Instances considérées***

## Caractéristiques numériques

- ❑ 100 ou 200 variables
- ❑ de 300 à 1 000 contraintes
- ❑ une densité de la matrice  $T$  de 1% à 3%
- ❑ 6 familles de fonctions objectifs

⇒ 120 instances

## Disponibles sur le site de la MCDM

- ❑ *<http://www.terry.uga.edu/mcdm/>*

# Conditions de l'expérimentation

## Temps alloué à chaque métaheuristique

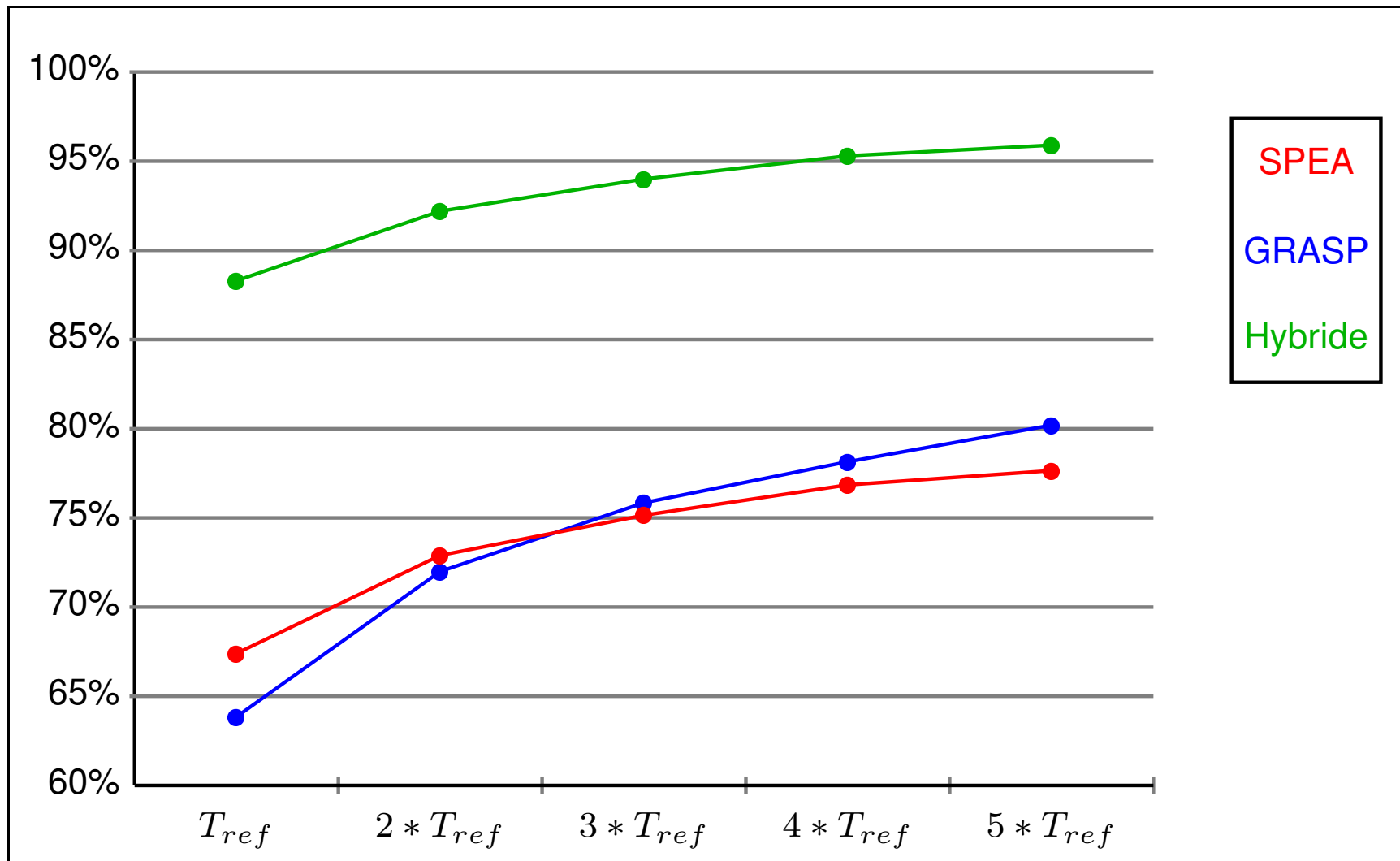
- 5 temps considérés (de 1 à 5 fois le temps de référence)
- $T_{ref} = 10s$  pour les instances à 100 variables
- $T_{ref} = 40s$  pour les instances à 200 variables
- Pentium III à 800 MHz

## 16 lancements indépendants

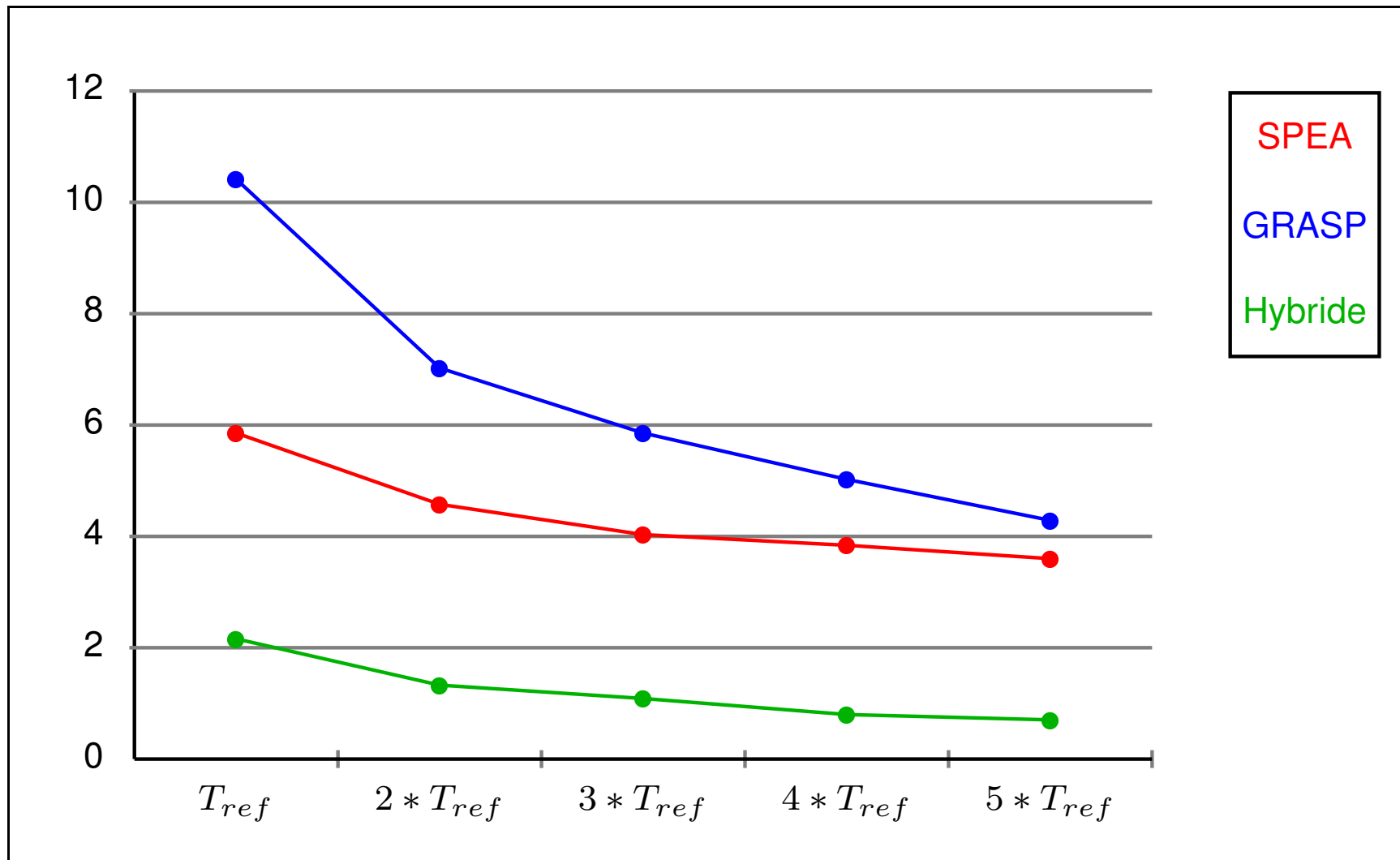
## Indicateurs utilisés pour comparer les approximations

- pourcentage de solutions efficaces trouvées
- distance euclidienne moyenne à la frontière efficace
- l'hypervolume (S-metric) : surface définie dans l'espace des objectifs par l'ensemble des solutions efficaces

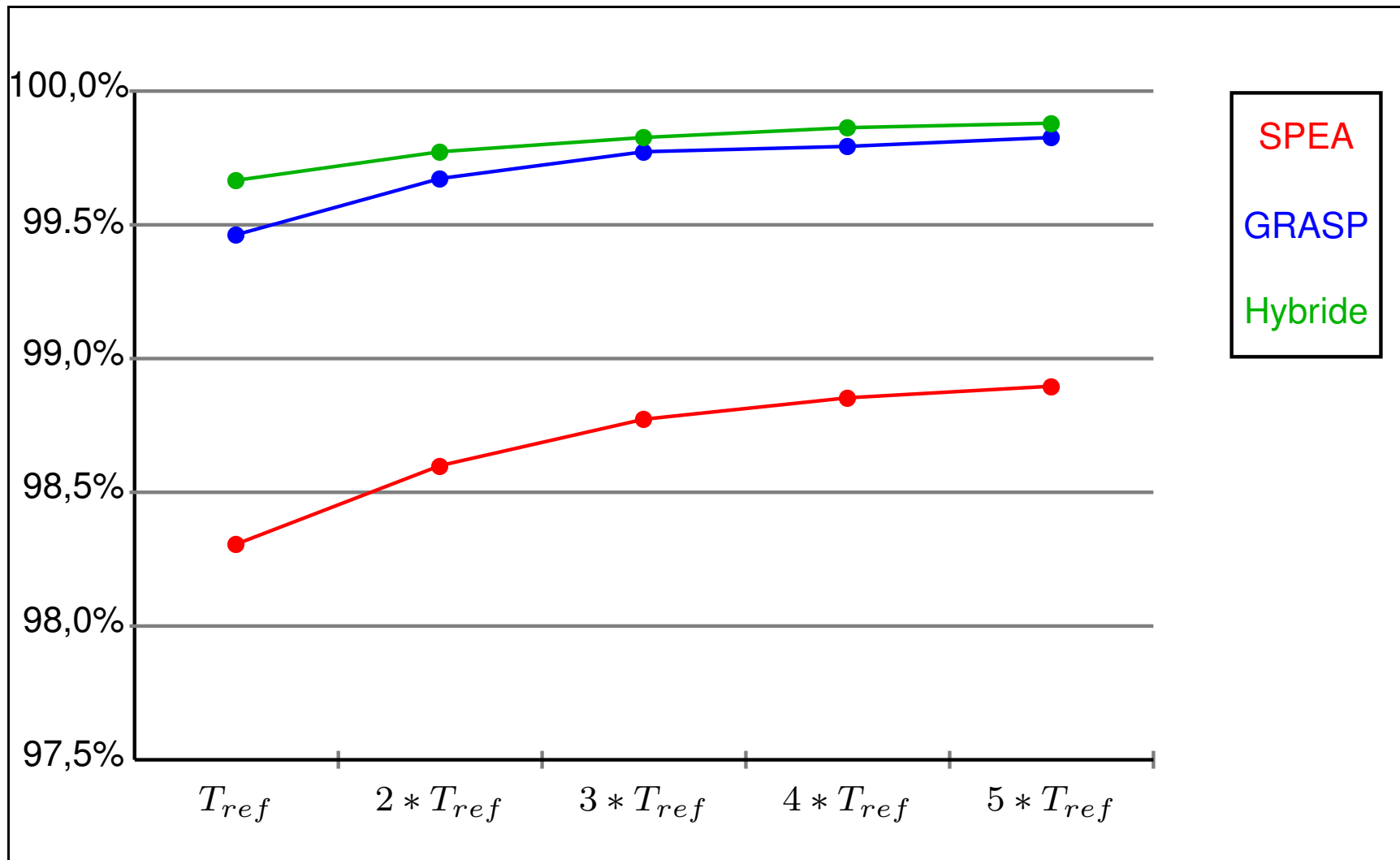
# Pourcentage de solutions efficaces



# Distance à la frontière efficace



# S-metric



# ***Plan de la présentation***

- ❑ Set Packing bi-objectif
- ❑ Heuristiques SPEA et GRASP
- ❑ Hybridation des deux heuristiques
- ❑ Expérimentations
- ❑ Conclusion et perspectives

## Instances de taille réduite MAIS pour 200 variables

- ❑ résolution exacte (méthode dichotomique utilisant Cplex)
  - ⇒ 50 000 s en moyenne
  - ⇒ jusqu'à 360 000 s
- ❑ heuristiques présentées
  - ⇒ 200 s

## Schéma d'hybridation original

### Algorithme hybride surclasse les deux autres

- ❑ meilleur sur tous les indicateurs pour tous les temps
- ❑ plus de 95% des solutions efficaces trouvées en moyenne
- ❑ 40% des solutions efficaces trouvées dans le pire des cas

## Améliorations algorithmiques

- ❑ Amélioration des heuristiques SPEA et GRASP
  - ⇒ path relinking multiobjectif pour GRASP
- ❑ Travail sur le schéma d'hybridation
  - ⇒ répartition du temps de calcul entre les deux phases

## Expérimentation

- ❑ Instances de plus grande taille
  - ⇒ difficulté de connaître les solutions exactes

## Appliquer ce schéma d'hybridation à d'autres problèmes