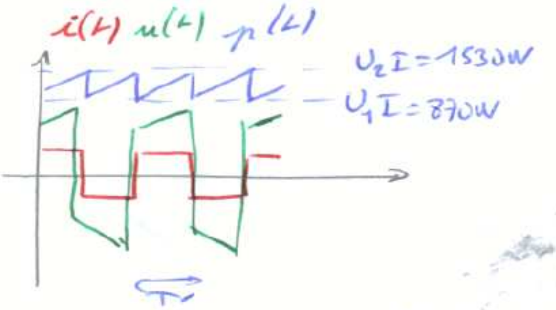
Electrotechnique - Exam 2008 (42pts)

Exercice I (13pts)

1)



$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

(2)

$$T = \frac{T}{2} = \frac{1}{2 \cdot 1kHz} = 500\mu s$$

2) $$P = \langle p \rangle = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} \underbrace{u(t)\,i(t)}\,dt$$

$$\hookrightarrow \left(U_1 + \frac{2(U_2 - U_1)}{T}t\right) I$$

$$P = \frac{2I}{T}\left[U_1 t + \frac{(U_2 - U_1)t^2}{T}\right]_0^{T/2}$$

(2)

$$\boxed{P = \frac{(U_1 + U_2) I}{2}}$$

AN: $P = \left(\frac{153 + 87}{2}\right)10 = 1200\,W$

3) . $$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2\,dt}$$

(1)

$$I_{eff} = I = 10\,A$$

. $$U_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2}\left[U_1 + \frac{2(U_2 - U_1)}{T}\right]^2 dt$$

⋮

$$U_{eff}^2 = \frac{1}{3}U_1^2 + \frac{1}{3}U_2^2 + \frac{1}{3}U_1 U_2$$ AN: $U_{eff} = 121{,}5\,V$ (1)

. $k = \frac{P}{S}$ avec $S = U_{eff} I_{eff}$

$$\hookrightarrow \boxed{k} = \frac{1200}{10 \times 121{,}5} = 0{,}98$$

(1)

4) a) $P = U_0 I_0 \cos\varphi$ (1)

$P = 100 \times 4{,}14 \times \cos(1{,}052) = \underline{205{,}27\ W}$

b) $Q = U_0 I_0 \sin\varphi$ (1)

$Q = \underline{-359{,}5\ \text{VAR}}$

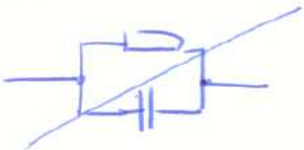
c) $\varphi = 1{,}052$ rad

$\varphi > 0$

↳ u est en retard / i : c'est la caractéristique d'un comportement capacitif

=> association R et C

2 possibilités :

• 

impossible car une capa. n'accepte pas de discontinuité de tension à ses bornes ce qui serait contradictoire avec la forme d'onde de u où la Fig. I.2

ou • 

(3)

$P = R I_0^2 \rightarrow \underline{R} = \frac{205}{4{,}14^2} = \underline{12\ \Omega}$

$|Q| = \frac{1}{C\omega} I_0^2 \rightarrow \underline{C} = \frac{4{,}14^2}{359{,}5 \times 2\pi . 100} \simeq \underline{76\ \mu F}$

d) charges et décharges d'une capa. par un courant constant. (1)

Exercice II (13 pts)

1) Th. de Parseval

$U_{eff}^2 = \Sigma U_k^2 = 220^2 + \left(\frac{37}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{13}{\sqrt{2}}\right)^2$ (2)

↳ $\underline{U_{eff} = 221{,}7\ V}$

Exercice II (suite)

2) Th. de Parseval

$$P = \Sigma U_k I_k \cos(\varphi_k)$$

avec $i(t) = \frac{4I}{\pi}\left[\sin(\omega t) + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin(5\omega t)}{5} + \dots\right]$ DS Fourier

d'où $P = \langle p \rangle = 220 \times \frac{4\times 30}{\pi\sqrt{2}}\cos(0) - \frac{37}{\sqrt{2}}\cdot\frac{4\times 30}{3\sqrt{2}\pi} + \frac{13}{\sqrt{2}} \times \frac{4\times 30}{5\sqrt{2}\cdot\pi}$ (2)

$\boxed{P = 5756{,}2\ W}$

3) $k = \frac{P}{S}$ avec $S = U_{eff}\, I_{eff}$

$S = 227 \times 30 = 6651\ VA$ (1)

AN $\boxed{k = \frac{5756{,}2}{6651} = 0{,}865}$

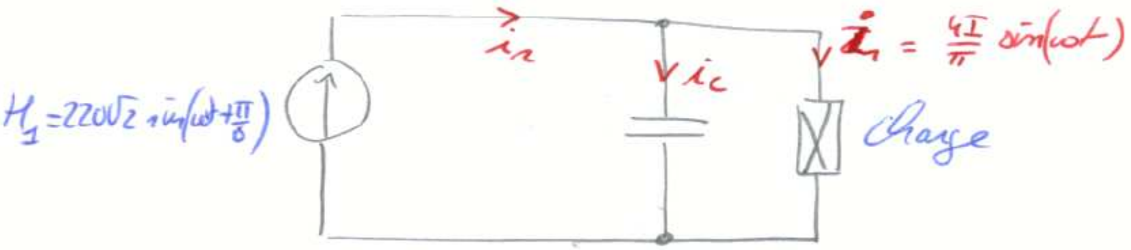
4) a) $P = \langle p(t) \rangle = U_1 I_1 \cos\frac{\pi}{6} + U_2 I_2 \cos(\pi + \frac{\pi}{2}) + U_3 I_3 \cos(\frac{5\pi}{6})$

⋮ (1)

$\boxed{P = 5103\ W}$

b) → $\boxed{k = \frac{P}{S} = \frac{5103}{6651} = 0{,}767}$ (1)

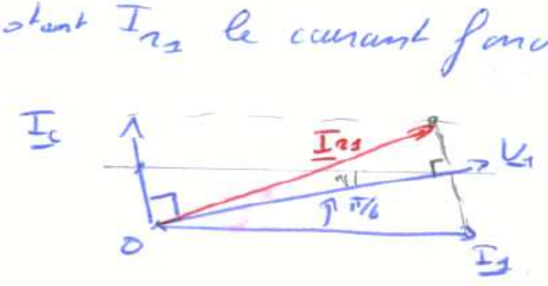
c) On raisonne sur les fondamentaux :



(2)

$$i_c = C\frac{dv_{41}}{dt} = C\omega\, 220\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2})$$

en notant I_{s1} le courant fondamental résultant



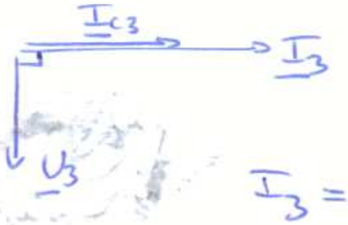
↳ Il est minimal qd I_{s1} est ⊥ à I_c càd confondu avec la direction de V_1

↳ càd $I_c = I_1 \sin\frac{\pi}{6} = C\omega V_1$

soit pour $\underline{C} = \dfrac{I_1 \sin \pi/6}{V_1 \omega} = \dfrac{\frac{4I}{\pi}\sin\frac{\pi}{6}}{220\sqrt{2}.2\pi.50} = \dfrac{\frac{120}{\pi}\times\frac{1}{2}}{220\sqrt{2}.100\pi} = \cancel{1{,}82\mu F}\ 195\,\mu F$

b) $\underline{\text{pour } H_3}$: $u_{H_3}(t) = 37 \sin\left(3\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)$

d'où



(2)

$I_3 = \dfrac{4I}{3\sqrt{2}\pi} = \dfrac{120}{3\pi\sqrt{2}} = 9A$

$I_{C3} = 3V_3C\omega = 3\times 37 \times 195.10^{-6} \times 100\pi$

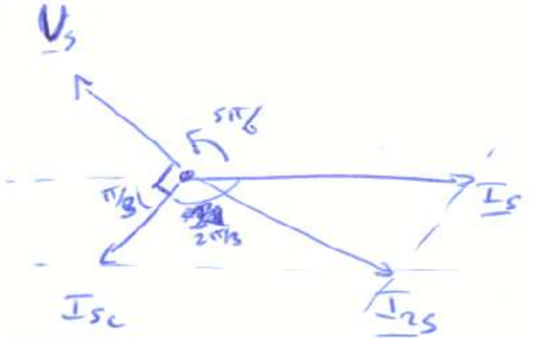
$I_{C3} \simeq 6{,}8A$

on a $I_{r3} = I_{C3} + I_3$ (car ils sont en phase)

$= 15{,}8A$

$\underline{\text{pour } H_5}$:

(2)



$I_5 = \frac{4I}{5\pi} = 7{,}64A$

$I_{5C} = 5U_5C\omega = 13\times 5\times 195\mu \times 100\pi$

$\simeq 4A$

$\underline{\text{fondamental}}$: $I_{r1} = \sqrt{I_1^2 - I_{C1}^2}$

$= I_1\sqrt{1-\sin\frac{\pi}{6}}$

$= I_1/\sqrt{2} = \frac{120}{\pi\sqrt{2}} = 27A$

$I_{r5} = \sqrt{\left(7{,}64 + 4\cos\frac{\pi}{3}\right)^2 + \left(4\sin\frac{\pi}{3}\right)^2}$

$I_{r5} = 10{,}24$

$\hookrightarrow$ $\boxed{i_A(t) = 27\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) + 15{,}8\sin(3\omega t) + 10{,}24\sin\left(5\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)}$

$\sqrt{\left(\frac{27}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{15{,}8}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{10{,}24}{\sqrt{2}}\right)^2} = I_{r\,eff}$

$\boxed{= 23{,}3A} = I_{r\,eff}$

Exercice III (7 pts)

1) Voir cours (3)

2) d'après $\theta(t) = (\Omega_S - \Omega)t$

on a $\phi(t) = \underbrace{nBS}_{\phi_m} \cos[(\Omega_S - \Omega)t]$

et $e = \dfrac{-d\phi}{dt} = -\phi_m(\Omega - \Omega_S)\sin[(\Omega_S - \Omega)t]$

on en déduit $i(t) = I_m \cos[(\Omega_S - \Omega)t + \varphi]$

tq $\left| \begin{array}{l} I_m = \dfrac{\phi_m \cdot |\Omega - \Omega_S|}{\sqrt{R^2 + L^2(\Omega_S - \Omega)^2}} \\ \sin\varphi = \dfrac{-R}{\sqrt{R^2 + L^2(\Omega_S - \Omega)^2}} \cdot \dfrac{(\Omega_S - \Omega)}{|\Omega_S - \Omega|} \end{array} \right.$

Et $\vec{m}' = n . i(t) . \vec{S}$

$\Gamma_{em} = \|\vec{m} \wedge \vec{B}\| = m B \sin\theta(t)$

⋮

$\Gamma_{em} = \dfrac{1}{2}\phi_m I_m \left\{ \sin[2\theta(t) + \varphi] - \sin\varphi \right\}$

d'où $\langle \Gamma_{em} \rangle = -\dfrac{\phi_m I_m}{2} \sin\varphi$ (4)

Exercice IV. (9 pts)

1) $v = 1\ m/s$ $\quad$ $V_{alim} = 1500\ V$ $\quad$ $r = 1{,}6\ \Omega$

$\eta = 0{,}7$ $\quad$ $M = 2000\ kg$ $\quad$ $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$

Puissance utile fournie par le moteur

$P_u = Mgv = 2.10^3 \times 9{,}8 \times 1 = 19\,600\ W$

.../...

connaissant le rendement on en déduit la puissance électrique absorbée par le moteur

$$\boxed{P_e} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{19\,600}{0{,}7} = \underline{28\,000\ W}$$ (2)

d'où on déduit le courant absorbé par le moteur

d'après $P_e = V_{ali} \times I$

$\hookrightarrow \boxed{I} = \frac{P}{V_{ali}} = \frac{28\,000}{1500} = \underline{18{,}7\ A}$ (2)

Donc $\boxed{E} = V_{ali} - RI = 1500 - 1{,}6 \times 18{,}7 = \underline{1470\ V}$ (1)

2) La puissance mécanique fournie par la charge au moteur correspond à la P_u du 1)

$P_{meca} = P_u = 19\,600\ W$

d'où

$P_{elec} = P_{meca} \times \eta = 1960 \times 0{,}7 = 13720\ W$

On a $P_{elec} = U_{Rcc} \times I$

avec $\left| \begin{array}{l} U_{Rcc} = E - RI \\ E = 1470\ V \end{array} \right.$

$\hookrightarrow$ $P_{elec} = EI - RI^2$

$\vdots$

$\underline{I = 9{,}43\ A}$ (3)

On a $R + r = \frac{E}{I}$ ... $\underline{R = 154{,}3\ \Omega}$ (1)