

Ce sujet comporte deux exercices indépendants :

- Mise en équation d'un transformateur parfait (55 minutes),
- Fonctionnement d'une machine synchrone (35 minutes).

Les durées sont données à titre indicatif, il vous appartient de gérer votre temps sans négliger un exercice par rapport à l'autre.

## Aucun document n'est autorisé.

### I – Transformateur.

#### I.1 – Loi d'Hopkinson.

On considère le tore sans entrefer constitué par un matériau magnétique parfait de la figure I.1. On note  $s$  la section du tore, et  $L$  la longueur moyenne des lignes de champ. Il est enlacé par une bobine comportant  $N$  spire, celle-ci est parcourue par un courant continu  $I$ .

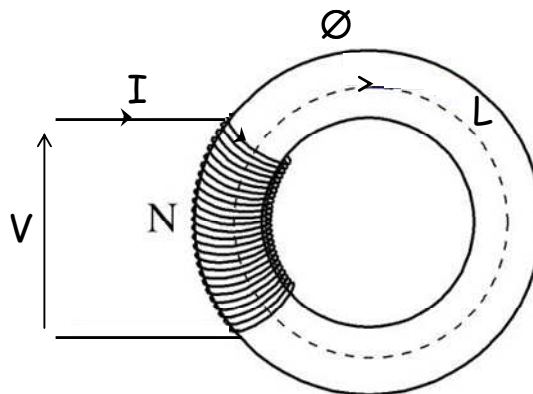


Fig. I.1 – Tore sans entrefer.

Sur la figure le flux est orienté en concordance avec le sens de  $I$ .

- Par application du théorème d'ampère retrouver l'équation reliant l'excitation magnétique à  $I$ .
- On rappelle  $\xi = NI$  l'expression de la **force magnétomotrice**, et,  $\mathfrak{R} = \xi / \Phi$  l'expression de la **réductance** du circuit magnétique.  
Déterminer l'expression de  $\mathfrak{R}$ , la réductance du tore, en fonction de  $L$ ,  $\mu$ , et  $s$ .
- Enoncer et généraliser la loi d'Hopkinson. Qu'elle analogie peut on faire avec d'autres lois physiques ?

On rappelle  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ .

**Application** : pour  $L = 62 \text{ cm}$ ,  $s = 1,6 \text{ cm}^2$ ,  $N = 500$  spires,  $\mu_r = 4500$  calculer :

- d) l'intensité du courant nécessaire pour obtenir une induction  $B = 0,6 \text{ T}$
- e) l'inductance de la bobine.

On pratique maintenant, selon une section droite, un entrefer de largeur  $e = 0,10 \text{ mm}$  dans le tore.

- f) Calculer et commenter l'intensité du courant nécessaire pour obtenir la même induction  $B = 0,6 \text{ T}$ .

### I.2 – Bobine à noyau de fer alimentée par une tension sinusoïdale.

La bobine enlaçant le tore de la figure I.1 est maintenant alimentée par une tension sinusoïdale  $u = U\sqrt{2}.\cos(\omega t)$ .

On rappelle l'expression de la loi d'ohm généralisée pour un dipôle orienté (A,B) :

$$u_{AB} = r i_{AB} - e_{AB}$$

ainsi que l'écriture de la loi de Faraday pour un conducteur orienté (A,B) :

$$e_{AB} = - d\Phi / dt$$

En supposant qu'il n'y a pas de flux de fuite et que la résistance de la bobine est très faible,

- a) écrire l'équation reliant  $u$  et  $\varphi$ , le flux dans le tore,
- b) exprimer  $\varphi$ ,
- c) en déduire la formule de Boucherot reliant  $U$ , la tension efficace d'alimentation, et  $\Phi_m$ , l'amplitude du flux.

### I.3 – Transformateur parfait.

Le schéma de principe d'un transformateur est donné figure I.2. Il est constitué d'un circuit magnétique comportant deux bobinages : le primaire et le secondaire. Le primaire comporte  $N_1$  spires ( l'indice 1 désignant par la suite toute les grandeurs au primaire, l'indice 2 les grandeurs au secondaire ), et le secondaire  $N_2$  spire.

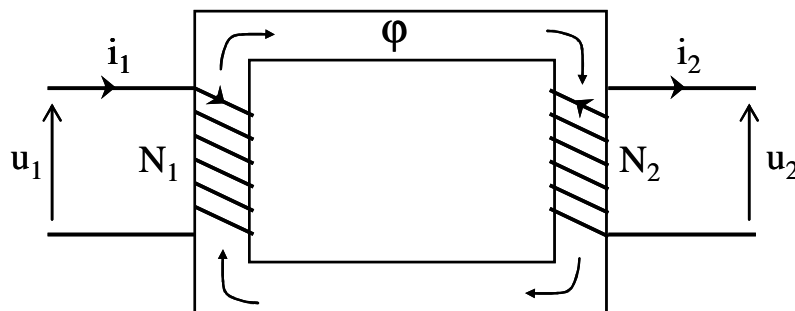


Fig. I.2 – Transformateur.

- a) Donner en quelques lignes le principe de fonctionnement d'un transformateur et ses principales caractéristiques.

On considère que le circuit magnétique de ce transformateur (transformateur parfait) est sans fuites et sans pertes énergétiques, c'est-à-dire qu'il est constitué avec un matériau ferromagnétique de perméabilité infinie ( $\mathfrak{R} = 0$ ), et également que les résistances des bobinages sont négligeables.

Les tensions et courants sur la figure I.2 sont orientés en utilisant la convention récepteur au primaire et la convention générateur au secondaire. Pour faciliter l'écriture des différentes équations les enroulements ont été dessinés en concordance avec le sens du flux.

- b) A partir de la mise en équation du transformateur parfait de la figure I.2 retrouver la relation entre les courants primaires et secondaires ; faire de même pour les tensions.

#### I.4 – Impédance ramenée au primaire.

On considère un transformateur parfait, de rapport de transformation  $m$ , dont le secondaire est chargé par une impédance complexe  $\underline{Z}_2$  (cf. figure I.3).

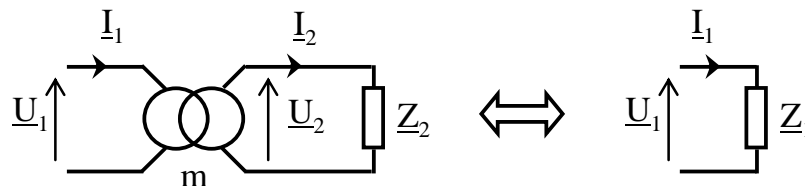


Fig. I.3 – Impédance ramenée au primaire.

- a) Montrer que ce circuit est équivalent à alimenter directement une impédance  $\underline{Z}_1$ , donner son expression (impédance ramenée au primaire).
- b) On souhaite adapter en puissance un générateur délivrant une tension sinusoïdale et de résistance interne  $50\Omega$  à une charge d'impédance  $1,25k\Omega$ . Rappeler les conditions d'adaptation en puissance et proposer une solution.

## II – Machine synchrone.

### II.1 – Champs tournant.

Trois bobinages, indicés de 1 à 3, sont repartis régulièrement dans le plan selon le dessin de la figure II.1.

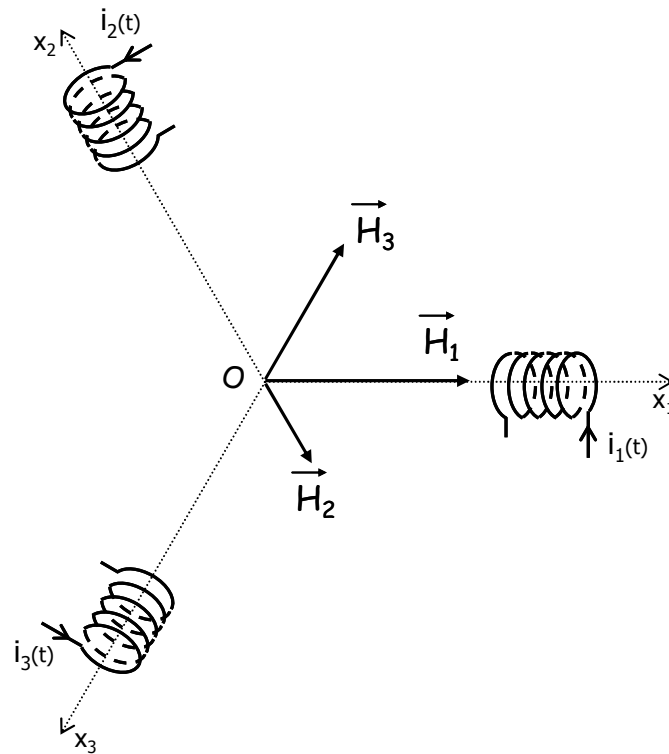


Fig. II.1

L'angle entre chacun des axes est  $2\pi/3$ . Les bobinages sont identiques et sont alimentés par un système de courants triphasés et équilibrés :

$$i_1(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$i_2(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_3(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

- Donner les expressions complexes des champs d'excitation magnétique créés par chacun des bobinages au point O.
- En déduire l'expression complexe  $\underline{H}$  de l'excitation magnétique totale en O.
- Enoncer le théorème de Ferraris.

TSVP →

## II.2. – Machine synchrone.

La figure II.2 représente le schéma de principe d'une machine synchrone.

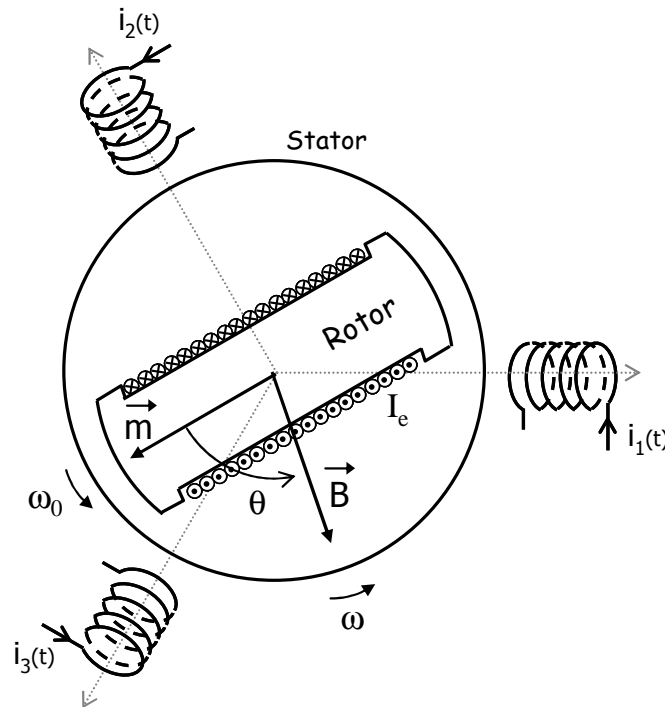


Fig. II.2 – Machine synchrone.

- Décrire succinctement le fonctionnement d'une machine synchrone en raisonnant sur le schéma de principe de la figure II.2.
- En supposant que les courants statoriques sont ceux du II.1 (système triphasé direct équilibré de pulsation  $\omega$ ), déterminer l'expression du couple électromagnétique instantanée exercé sur le rotor  $\Gamma_{em}$ , en fonction de  $\vec{m}$  et  $\vec{B}$ . On note  $\omega_0$ , la vitesse de rotation du rotor.
- En déduire la valeur moyenne du couple pour  $\omega \neq \omega_0$  et pour  $\omega = \omega_0$ . Conclure.