Diagnostic de fonctionnement, à base de multimodèles, d'une station d'épuration

A. M. Nagy-Kiss, B. Marx, G. Mourot, J. RAGOT

Institut National Polytechnique de Lorraine (INPL)
Centre de Recherche en Automatique de Nancy (CNRS)
2, avenue de la forêt de Haye, 54 516 Vandœuvre les Nancy, France

Plan

- **Processus liés à l'environnement**
  Pollution de l'air, pollution de l'eau, stations d'épuration d'eau, réseaux de transport d'eau, bassins versants et écoulement, pluviométrie ...
- **Diagnostic de fonctionnement de systèmes**
  Validation de mesures, détection et localisation de défauts, commande tolérante aux défauts ...
- **Modèles des processus environnementaux**
  Phénomènes difficiles à modéliser, perturbations à effets critiques, variables de concentration difficiles à mesurer ...
- **Enjeux fondamentaux**
  Protection de l'environnement, protection du citoyen...

1. Eléments méthodologiques

1.1 - Obtention d'un multi-modèle

- Système non linéaire

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t),u(t)) \\ y(t) = g(x(t),u(t)) \end{cases}$$

- Système quasi-LPV

$$\begin{cases} \dot{x} = A(x,u)\,x + B(x,u)\,u \\ y = C(x,u)\,x + D(x,u)\,u \end{cases}$$

- Décomposition par secteurs

$$\begin{cases} A(x,u) = \sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x,u)A_i \\ B(x,u) = \sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x,u)B_i \\ \dots \end{cases}$$

- Multi-modèle

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x,u)\,[A_i x + B_i u] \\ y = \sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x,u)\,[C_i x + D_i u] \\ \sum\limits_{i=1}^{r} \mu_i(x,u) = 1 \quad \text{et} \quad \mu_i(x,u) \geq 0, \forall (x,u) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \end{cases}$$

1.2 - Systèmes à plusieurs échelles de tempes, systèmes singuliers

- Forme standard des systèmes singuliers à deux échelles de temps :

$$\begin{aligned} \varepsilon\dot{x}_f(t) &= f_f(x_s(t),x_f(t),u(t),\varepsilon) \\ \dot{x}_s(t) &= f_s(x_s(t),x_f(t),u(t),\varepsilon) \end{aligned}$$

  où $x_s \in \mathbb{R}^{n_s}$ et $x_f \in \mathbb{R}^{n_f}$ sont respectivement les variables lentes et rapides et ε est un petit paramètre positif, connu sous le nom de *paramètre de perturbation singulière*.
- Dans le cas limite où $\varepsilon \to 0$, le système devient :

$$\begin{aligned} 0 &= f_f(x_s(t),x_f(t),u(t),0) \\ \dot{x}_s(t) &= f_s(x_s(t),x_f(t),u(t),0) \end{aligned}$$

- Système réduit :

$$\begin{aligned} x_f(t) &= \varphi(x_s(t),u(t)) \\ \dot{x}_s(t) &= f_s\left(x_s(t),\varphi\left(x_s(t),u(t)\right),u(t)\right) \end{aligned}$$

1.3 - Multi-modèle sous forme de système singulier

- Forme MM avec variables d'état lentes et rapides

$$\begin{cases} 0 & = & \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x,u)\left[A_{ff}^i x_f(t) + A_{fs}^i x_s(t) + B_f^i u(t)\right] \\ \dot{x}_s(t) & = & \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x,u)\left[A_{sf}^i x_f(t) + A_{ss}^i x_s(t) + B_s^i u(t)\right] \\ y(t) & = & C_f\, x_f(t) + C_s\, x_s(t) \end{cases}$$

- Forme MM avec variables d'état lentes et perturbations

$$y_a(t) = \left[\begin{array}{c} -B_f(u(t))u(t) \\ y(t) \end{array} \right] \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_s(t) & = & \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x,u)\left[A_{ss}^i x_s(t) + B_s^i u(t) + A_{sf}^i x_f(t)\right] \\ y_a(t) & = & \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x,u)\left[C_i x_s(t) + G_i x_f(t)\right] \end{cases}$$

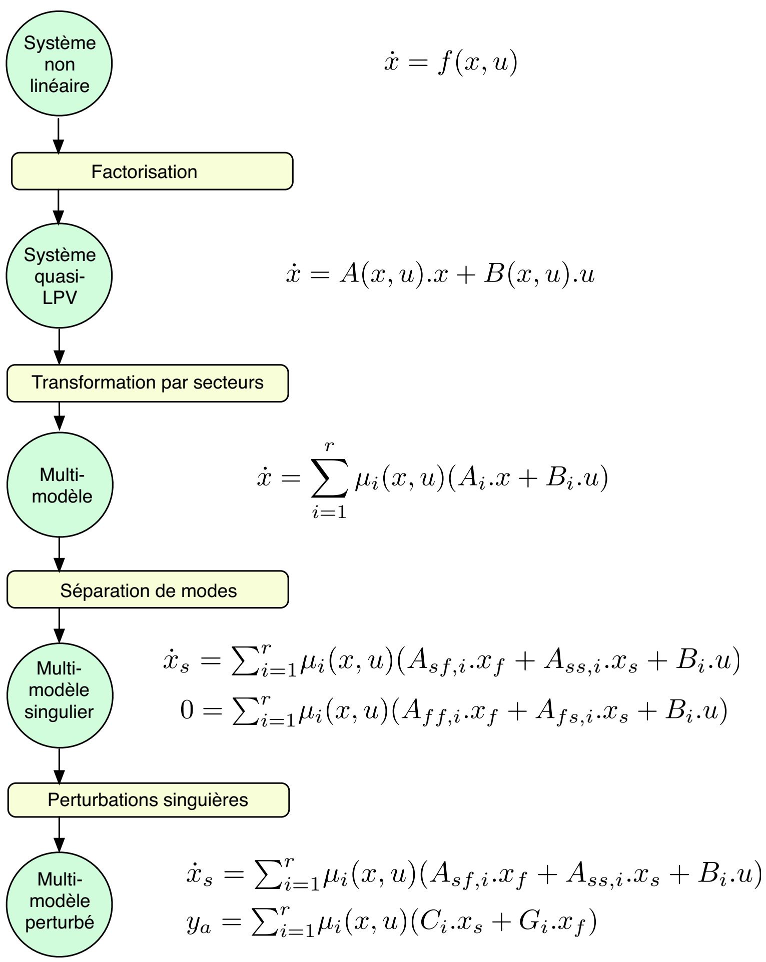
- Forme MM perturbée à état augmenté

$$x_a(t) = \left[\begin{array}{c} x_s(t) \\ x_f(t) \end{array} \right] \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_a(t) & = & \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x_a(t),u(t))\left[\tilde{A}_i\, x_a(t) + \tilde{B}_i\, u(t)\right] \\ y_a(t) & = & \sum_{i=1}^{r} \mu_i(x_a(t),u(t))\tilde{C}_i\, x_a(t) \end{cases}$$

- Observateur proportionnel

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_a(t) & = & \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\hat{x}_a,u)\left[\tilde{A}_i\, \hat{x}_a(t) + \tilde{B}_i\, u(t) + \ K_i(y_a(t) - \hat{y}_a(t))\right] \\ \hat{y}_a(t) & = & \sum_{i=1}^{r} \mu_i(\hat{x}_a,u)\tilde{C}_i\, \hat{x}_a(t) \end{cases}$$

1.4 - Orgranigramme



2. Application à un réacteur biologique

2.1 - Schéma et modèle de fonctionnement

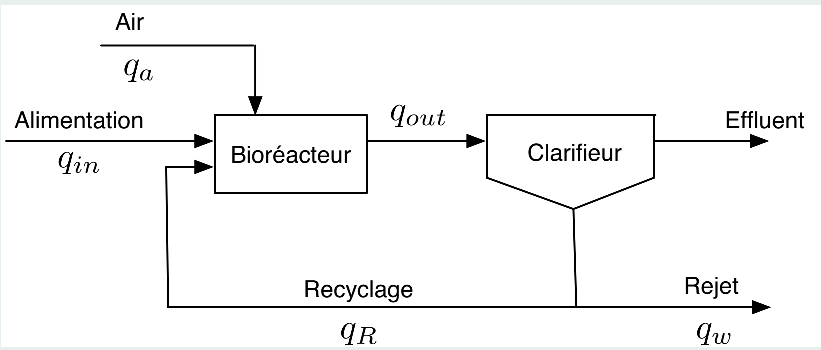


FIGURE: Schéma d'un réacteur biologique

2.2 - Variables caractéristiques

		Entrée réacteur	Sortie réacteur	Recyclé
biomasse hété.	X_{BH}	$X_{BH,in}$	$X_{BH,out}$	$X_{BH,R}$
biomasse auto.	X_{BH}	$X_{BA,in}$	$X_{BA,out}$	$X_{BA,R}$
substrat	S_S	$S_{S,in}$	$S_{S,out}$	$S_{S,R}$
oxygène	S_O	$S_{O,in}$	$S_{O,out}$	$S_{O,R}$
azote amo.	S_{NH}	$S_{NH,in}$	$S_{NH,out}$	$S_{NH,R}$
nitrates	S_{NO}	$S_{NO,in}$	$S_{NO,out}$	$S_{NO,R}$
azote solu.	S_{ND}	$S_{ND,in}$	$S_{ND,out}$	$S_{ND,R}$
amonium	S_{NH}	$S_{NH,in}$	$S_{NH,out}$	$S_{NH,R}$
Débit effluent	q	q_{in}	q_{out}	q_R
Débit air	q_a			
Volume	V			

2.3 - Modèle de fonctionnement

$$\left\{\begin{array}{lcl}
\dot{S}_S(t) & = & -\dfrac{1}{Y_H}\mu_H\dfrac{S_S(t)}{K_S+S_S(t)}\dfrac{S_O(t)}{K_{OH}+S_O(t)}X_{BH}(t)+(1-f_P)b_H X_{BH}(t)+ \\
 & & \dfrac{q_{in}(t)}{V}\left[S_{S,in}(t)-S_S(t)\right] \\
\dot{S}_O(t) & = & \dfrac{Y_H-1}{Y_H}\mu_H\dfrac{S_S(t)}{K_S+S_S(t)}\dfrac{S_O(t)}{K_{OH}+S_O(t)}X_{BH}(t)+ \\
 & & \dfrac{q_{in}(t)}{V}\left[S_{O,in}(t)-S_O(t)\right]+Kq_a(t)\left[S_{O,sat}-S_O(t)\right] \\
\dot{X}_{BH}(t) & = & \mu_H\dfrac{S_S(t)}{K_S+S_S(t)}\dfrac{S_O(t)}{K_{OH}+S_O(t)}X_{BH}(t)-b_H X_{BH}(t)+ \\
 & & \dfrac{q_{in}(t)}{V}\left[X_{BH,in}(t)-X_{BH}(t)+f_R\dfrac{1-f_W}{f_R+f_W}X_{BH}(t)\right]
\end{array}\right.$$

2.4 - Modes de fonctionnement rapides et lents

- Linéarisation du système non linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement (x_0, u_0) :

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + B_0 u(t)$$

où

$$A_0 = \frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\Big|_{(x_0,u_0)}$$
$$B_0 = \frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\Big|_{(x_0,u_0)}$$

.

- Soient $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq ... \leq \lambda_n$ les valeurs propres ordonnées de A_0, la plus grande (respectivement petite) valeur propre correspond à la dynamique la plus lente (respectivement rapide).

- Cette séparation est réalisée en fixant un seuil τ de séparation des deux échelles de temps :

$$\lambda_1 \leq ... \leq \lambda_{n_f} << \tau \leq \lambda_{n_f+1} \leq ... \leq \lambda_n$$

2.4 - Modes de fonctionnement

- La séparation des dynamiques lentes et rapides est confirmée par les valeurs propres du jacobien A_0, comme on peut le remarquer à la figure ci-dessous qui présente ces valeurs propres pour quarante points de fonctionnement.

- Deux valeurs propres (λ_2 et λ_3) sont incluses entre -50 et -0.4 et l'autre (λ_1) autour de -250. En fixant un seuil à $\tau = 70$, on peut déduire que le système a une dynamique rapide ($x_f = S_S$) et deux dynamiques lentes ($x_s = [S_O \quad X_{BH}]^T$).

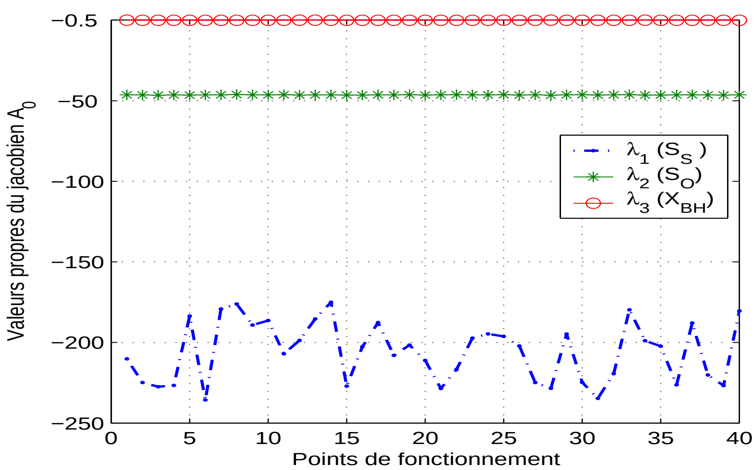


FIGURE: Valeurs propres du jacobien A_0 calculées pour plusieurs points de l'espace de fonctionnement

2.5 - Passage au Multi-modèle

$$\begin{cases} \dot{S}_S(t) = -\frac{1}{Y_H}\mu_H \frac{S_S(t)}{K_S+S_S(t)}\frac{S_O(t)}{K_{OH}+S_O(t)}X_{BH}(t) + (1-f_P)b_H X_{BH}(t) + \frac{q_{in}(t)}{V}\left[S_{S,in}(t) - S_S(t)\right] \\ \dot{S}_O(t) = \frac{Y_H-1}{Y_H}\mu_H \frac{S_S(t)}{K_S+S_S(t)}\frac{S_O(t)}{K_{OH}+S_O(t)}X_{BH}(t) + \frac{q_{in}(t)}{V}\left[S_{O,in}(t) - S_O(t)\right] + Kq_a(t)\left[S_{O,sat} - S_O(t)\right] \\ \dot{X}_{BH}(t) = \mu_H \frac{S_S(t)}{K_S+S_S(t)}\frac{S_O(t)}{K_{OH}+S_O(t)}X_{BH}(t) - b_H X_{BH}(t) + \frac{q_{in}(t)}{V}\left[X_{BH,in}(t) - X_{BH}(t) + f_R\frac{1-f_W}{f_R+f_W}X_{BH}(t)\right] \end{cases}$$

- Variables de prémisse

$$\begin{cases} z_1(u(t)) &=& \frac{q_{in}(t)}{V} \\ z_2(x(t)) &=& \frac{1}{K_S+S_S(t)}\frac{S_O(t)}{K_{OH}+S_O(t)}X_{BH}(t) \\ z_3(u(t)) &=& q_a(t) \end{cases}$$

- Transformation des variables de prémisse

$$z_i(t) = \frac{z_i(t) - z_{i,min}}{z_{i,max} - z_{i,min}} z_{i,max} + \frac{z_{i,max} - z_i(t)}{z_{i,max} - z_{i,min}} z_{i,min}$$

2.6 - Décomposition en modes de fonctionnement

Forme quasi-LPV du modèle : les matrices $A(t) = A(x(t), u(t))$ et $B(t) = B(u(t))$ sont décomposées sous la forme :

$$A(t) = \begin{bmatrix} A_{ff}(t) & A_{fs}(t) \\ A_{sf}(t) & A_{ss}(t) \end{bmatrix} \qquad B(t) = \begin{bmatrix} B_f(t) \\ B_s(t) \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{cases} A_{ff}(t) = -z_1(t) - \frac{1}{Y_H}\mu_H z_2(t) & A_{fs}(t) = \begin{bmatrix} 0 & (1-f_P)b_H \end{bmatrix} \\ A_{sf}(t) = \begin{bmatrix} \frac{Y_H-1}{Y_H}\mu_H z_2(t) \\ \mu_H z_2(t) \end{bmatrix} & A_{ss}(t) = \begin{bmatrix} -K z_3(t) - z_1(t) & 0 \\ 0 & -\frac{f_W(1+f_R)}{f_W+f_R} z_1(t) - b_H \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_f(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B_s(t) = \begin{bmatrix} 0 & K\,So_{sat} & 0 \\ 0 & 0 & z_1(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

2.7 - Observateur d'état

En appliquant l'observateur au modèle ASM1, représenté sous une forme MM équivalente, les résultats d'estimation d'état sont tout à fait pertinents.
Le gain $\mathscr{L}_2$ de $\omega(t)$ vers $e_a(t)$ est bornée par $\gamma = 1.203$.

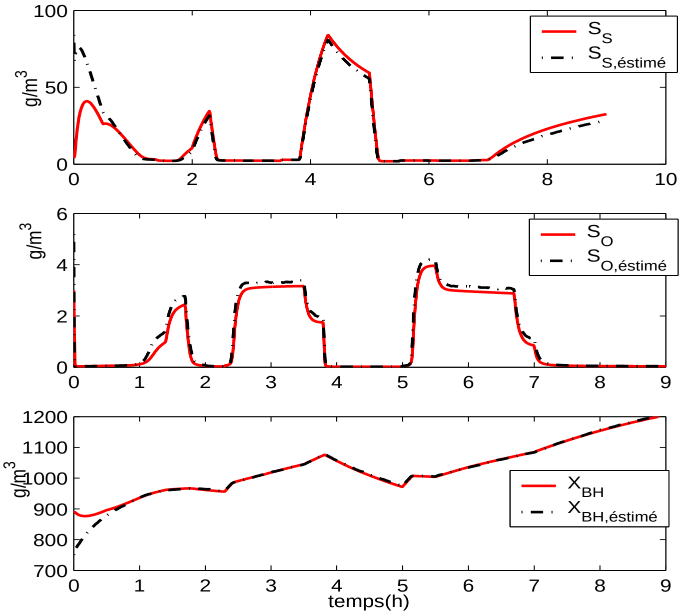


FIGURE: Estimation d'état (observateur proportionnel intégral)

2.8 - Sorties estimées

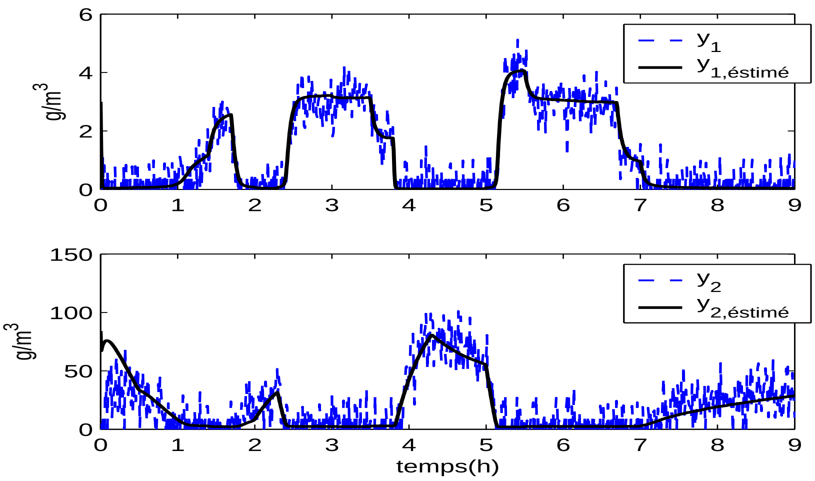


FIGURE: Sorties et sorties estimées

Conclusion

Apports

- Observateur de systèmes non linéaires
- Réduction de complexité sans perte d'information
- Séparation des modes lents et rapides
- Observateur à entrées inconnues pour l'estimation d'état

Perspectives

- Optimisation de la transformation SNL $\rightarrow$ MM
- Prise en compte du système complet avec le décanteur