

# Résolution approchée du problème de set packing bi-objectif

Xavier Delorme<sup>1,2</sup>, Xavier Gandibleux<sup>2</sup> et Fabien DEGOUTIN<sup>1,2</sup>



1. Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industrielles et Humaines

Équipe : Recherche Opérationnelle et Informatique



2. Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité

Unité de Recherche : Évaluation des Systèmes de Transports

Automatisés et de leur Sécurité

**Plan de la présentation**

**Set Packing bi-objectif**

Résolution

Expérimentations

Conclusion et perspectives

**Set Packing Problem bi-objectif**

$$\max \sum_{i=1}^n c_i^1 x_i$$

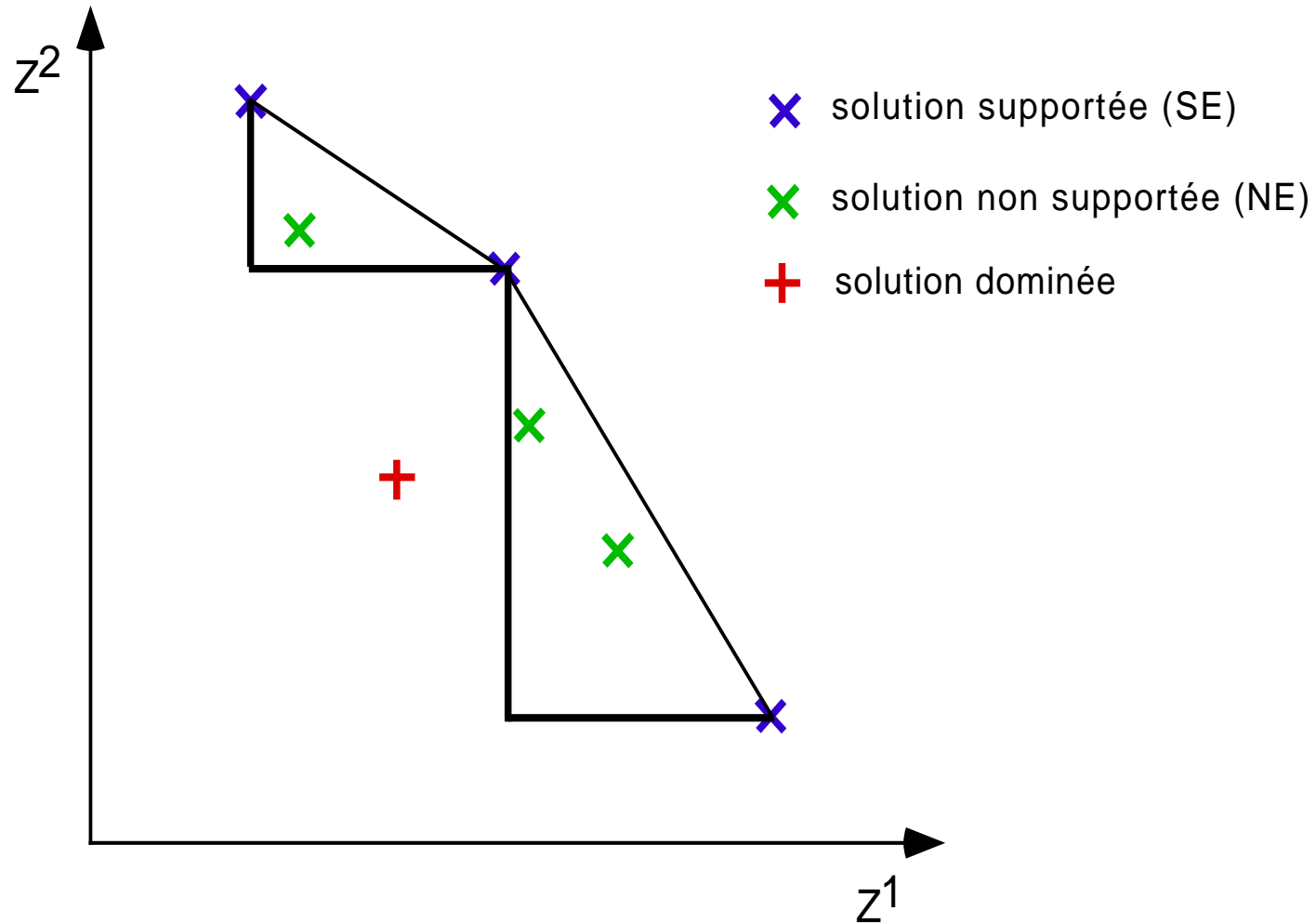
$$\max \sum_{i=1}^n c_i^2 x_i$$

$$\text{s/c } \sum_{i=1}^n t_{li} x_i \leq 1 \quad l = 1, \dots, k$$

$$x_i \in \{0, 1\}$$

avec  $t_{li} \in \{0, 1\}$ .

## Solutions efficaces



## Problème ferroviaire

Exploitation des infrastructures ferroviaires :

- conflits entre trains empruntant le même parcours :
  - contraintes d'incompatibilités entre trains
  
- multi-objectif :
  - maximiser le nombre total de trains
  - maximiser le nombre de trains de chaque type
  - maximiser les préférences du décideur

**Plan de la présentation**

Set Packing bi-objectif

**Résolution**

Expérimentations

Conclusion et perspectives

## Résolution du bi-SPP

Problème NP-difficile

Atteinte des limites d'une résolution exacte

⇒ Utilisation des métaheuristiques

Pas d'existant, utilisation de 2 approches :

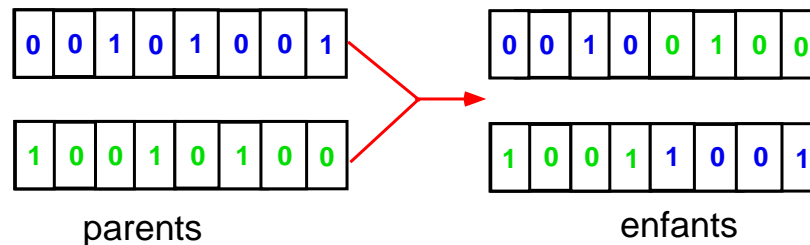
- métaheuristique multi-objectif générique
- métaheuristique mono-objectif spécialisée SPP

## Strength Pareto Evolutionary Algorithm

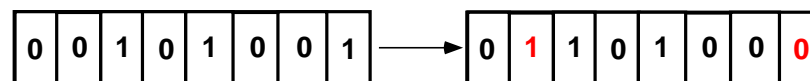
SPEA présente de bons résultats sur le problème de sac à dos multi-objectif

→ opérateurs génétiques :

- croisement :



- mutation :



→ opérations de sélection et d'évaluation des individus : concept de dominance Pareto



## **SPEA pour le bi-SPP**

### Paramètres :

- population initiale de 50 individus obtenue par un glouton
- taux de croisement : 80 %
- taux de mutation : 4 %

### Adaptation au niveau des individus :

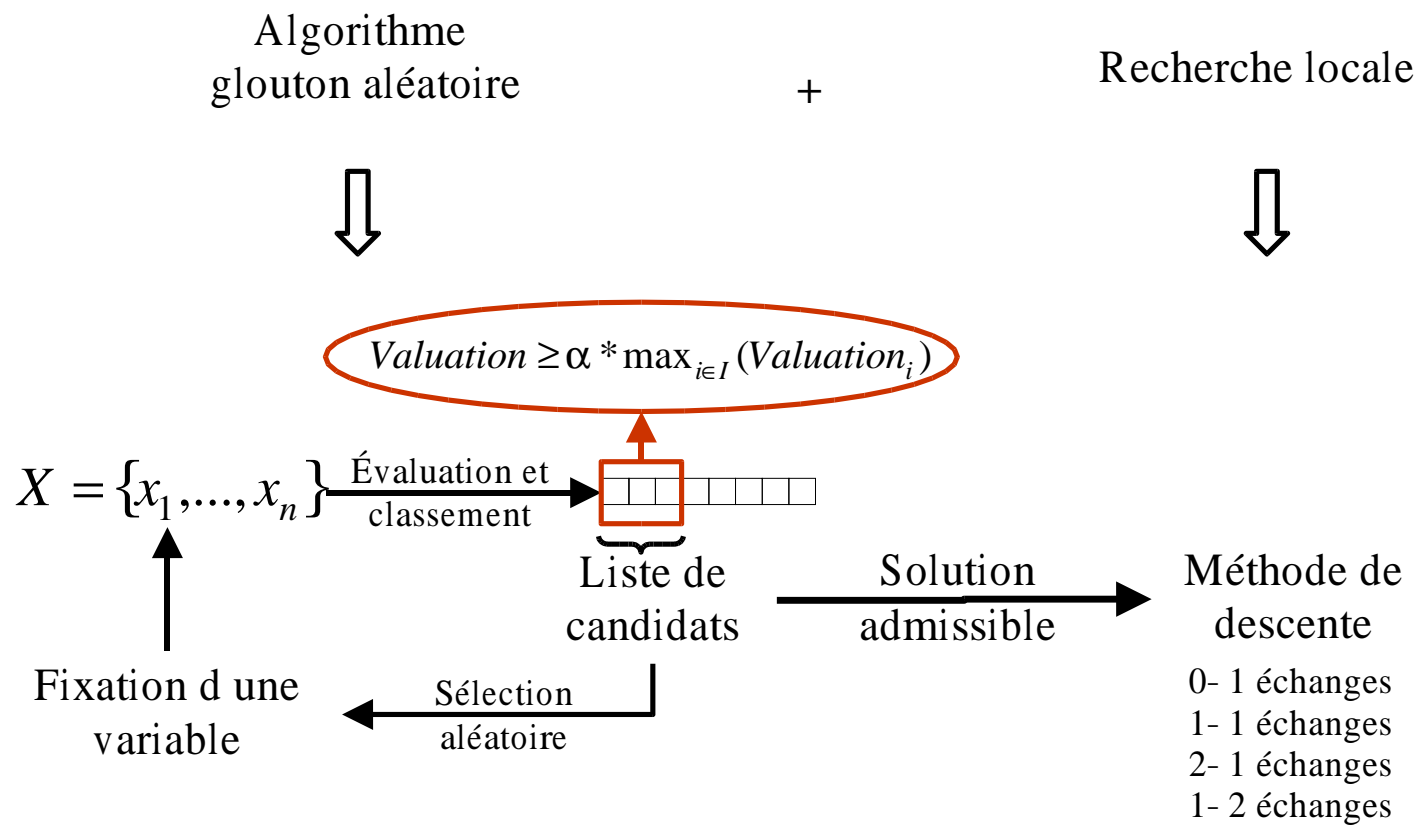
- conserver des solutions réalisables : réparation
- améliorer les solutions : saturation

### Améliorations :

- 3 directions de recherche pour la saturation
- garder toutes les solutions potentiellement efficaces
- phase de recherche locale (1-1 échanges)

# Métaheuristique mono-objectif spécialisée SPP

## Greedy Randomized Adaptative Search Procedure (GRASP)



## Améliorations en mono-objectif

Reactive GRASP :

- choix dynamique du paramètre  $\alpha$

Path relinking :

- calcul de chemins entre les meilleures solutions

Processus d'apprentissage :

- éviter les contraintes bloquantes

## Modifications pour le cas bi-objectif

Application de l'algorithme suivant 20 directions sur l'espace des objectifs :

$$\rightarrow \lambda c^1 * (1 - \lambda)c^2, \lambda \in \{0, \frac{1}{19}, \dots, \frac{18}{19}, 1\}$$

Plusieurs solutions par directions :

→ conserver toutes les solutions potentiellement efficaces

**Plan de la présentation**

Set Packing bi-objectif

Résolution

**Expérimentations**

Conclusion et perspectives

## Instances 1/2

6 familles de fonctions objectifs ont été utilisées :

- A : aléatoires
- B : aléatoires et symétriques
- C : aléatoires avec motifs
- D : symétriques avec motifs
- E : un unitaire et un aléatoire
- F : un unitaire et un avec motifs

## Instances 2/2

### Caractéristiques :

- 100 ou 200 variables
- de 300 à 1 000 contraintes
- une densité de la matrice  $T$  de 1% à 3%

⇒ 120 instances

### Disponibles sur le site de la MCDM :

- <http://www.terry.uga.edu/mcdm/>

**Résolution exacte**

Méthode dichotomique

Relativement peu de solutions efficaces

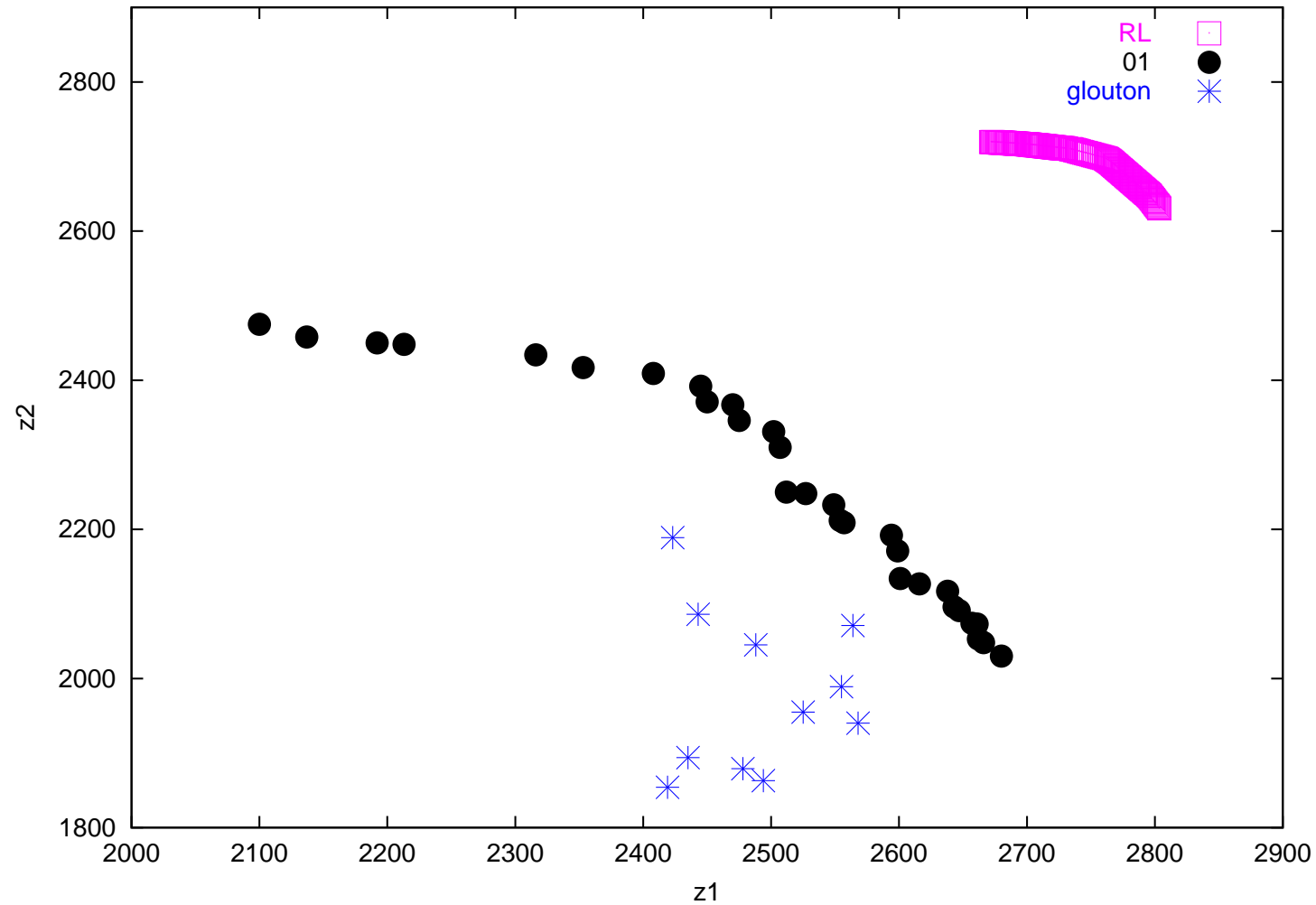
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>Moyenne</b>
100 variables	18,2	18,4	19,8	16,6	4,2	4,1	<b>13,6</b>
200 variables	39	35,1	44,2	32,9	5	5,5	<b>27</b>

Forme particulière de la frontière efficace, existence de “trous”

Mauvaise qualité des bornes



## Frontière efficace et bornes



**Temps de résolution exacte**

Temps moyens très importants

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>Moyenne</b>
100	96	120	109	66	33	29	<b>76 s</b>
200	62188	51007	53142	57478	46695	63613	<b>55687 s</b>

⇒ jusque 360 000 secondes !

## Résolution approchée

Temps alloué à chaque métaheuristique :

- 20 s pour les instances à 100 variables
- 80 s pour les instances à 200 variables

Indicateurs utilisées pour comparer les 2 métaheuristicues :

- pourcentage de solutions efficaces trouvées (M1)
- distance euclidienne moyenne à la frontière efficace
- l'hypervolume (S-metric) : surface (pour le bi-SPP) définie dans l'espace des objectifs par l'ensemble des solutions efficaces

**SPEA  $\succ$  GRASP**

Pourcentages moyens de solutions efficaces trouvées

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>Moyenne</b>
<b>SPEA</b>	75%	76%	75%	82%	82%	83%	<b>79%</b>
<b>GRASP</b>	72%	70%	73%	79%	68%	73%	<b>72%</b>

Distances moyennes à la frontière efficace

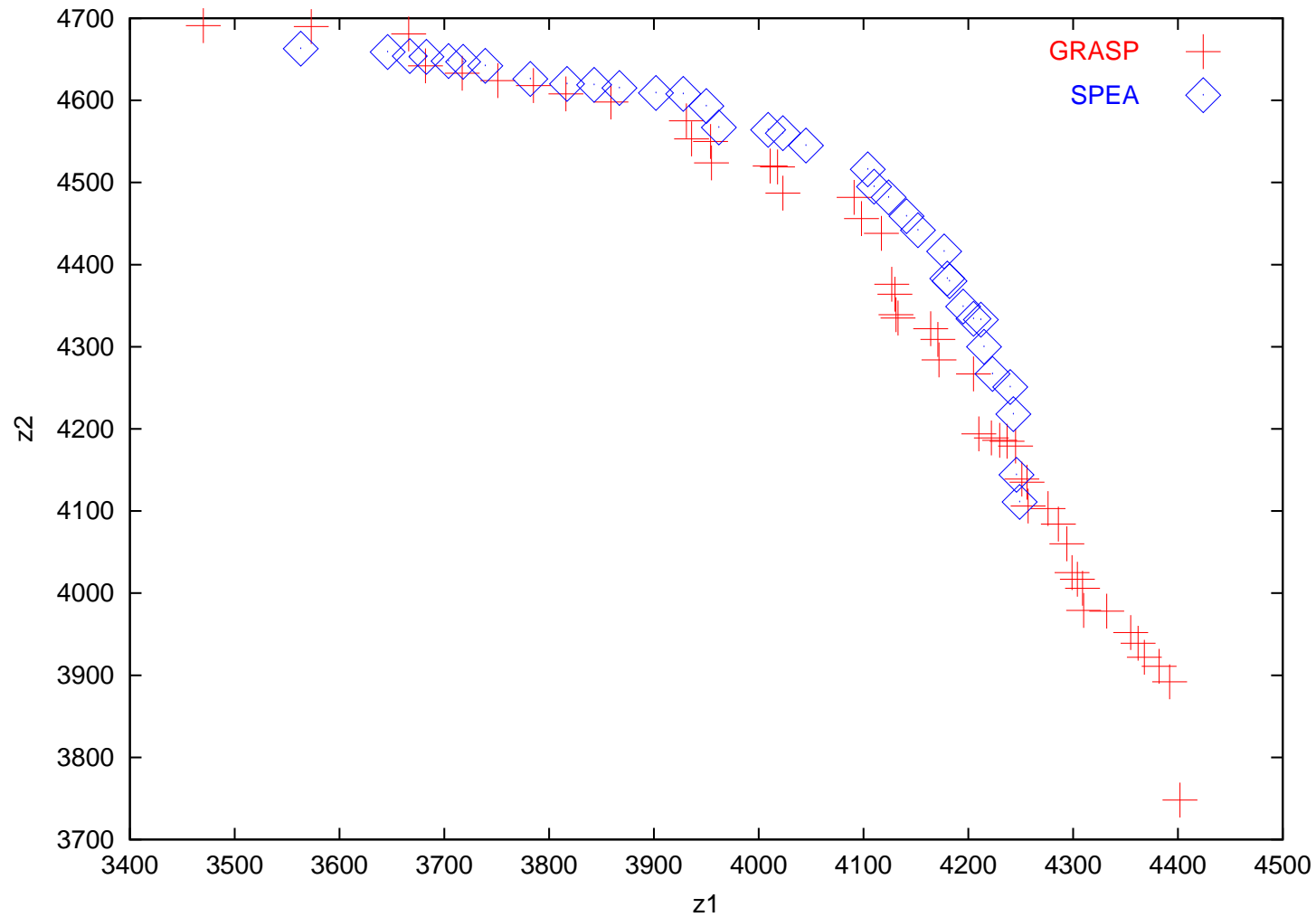
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>Moyenne</b>
<b>SPEA</b>	4,62	4,49	4,70	2,24	1,96	1,25	<b>3,21</b>
<b>GRASP</b>	5,12	5,24	3,65	3,73	9,19	13,76	<b>6,78</b>

**GRASP  $\succ$  SPEA**

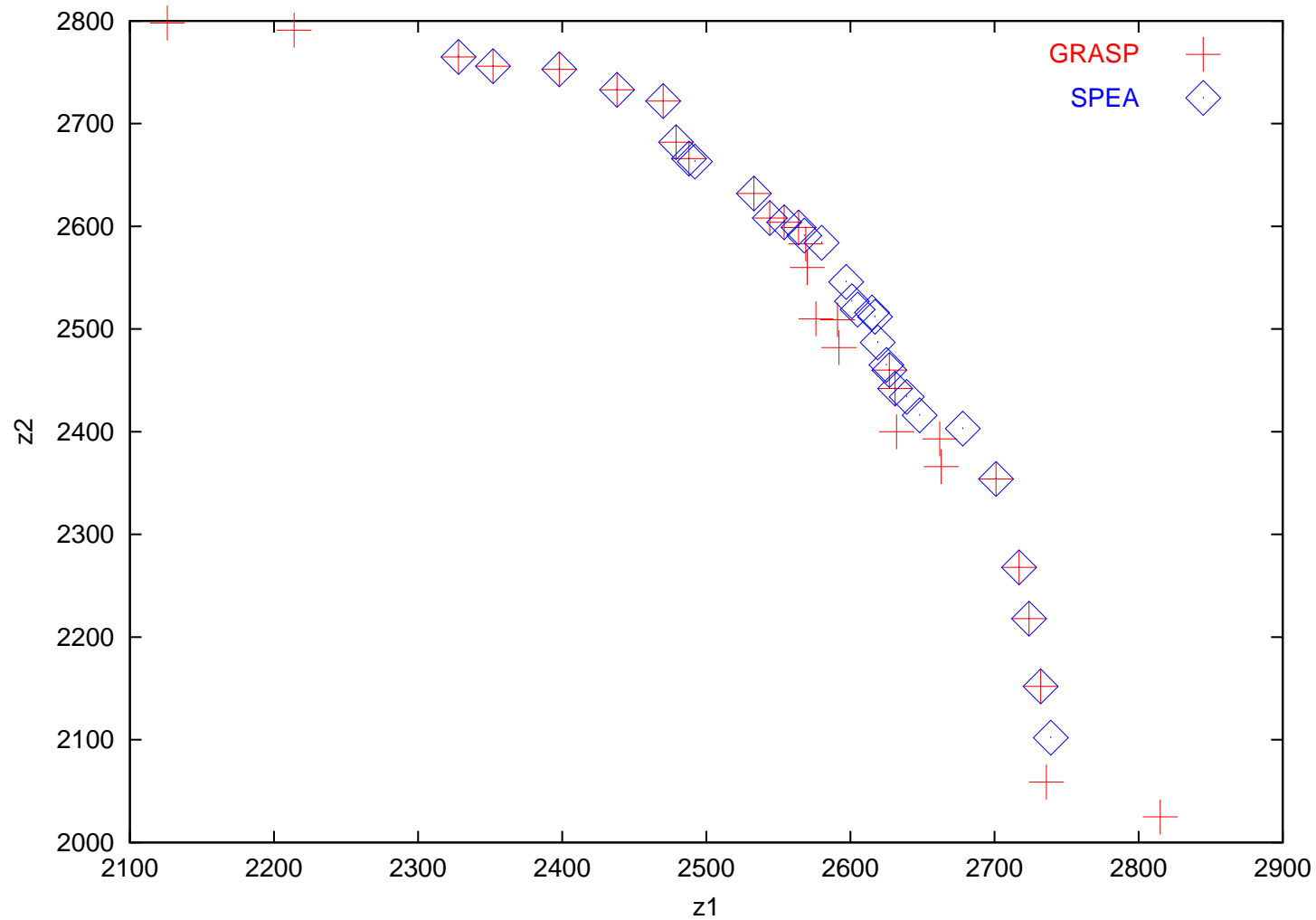
Hypervolume : Pourcentages moyens de la frontière efficace

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>Moyenne</b>
<b>SPEA</b>	98,9	98,8	99,0	99,3	99,1	99,0	<b>99,0 %</b>
<b>GRASP</b>	99,9	99,8	99,9	99,9	99,2	99,4	<b>99,7 %</b>

# Exemples 1/2



## Exemples 2/2



**Plan de la présentation**

Set Packing bi-objectif

Résolution

Expérimentations

**Conclusion et perspectives**



## Conclusion

Travail exploratoire (taille des instances limitées)

2 métaheuristiques différentes : SPEA / GRASP

Résultats très intéressants :

- plus de 79 % des solutions efficaces trouvées
- distance faible
- plus de 99% de l'hypervolume couvert

Pas une métaheuristique supérieure à l'autre

## Discussion et perspectives

### Indicateurs :

- utiles pour comparer des métaheuristiques
- éviter de tirer des conclusions trop hâtives

### Phase de path-relinking dédiée multi-objectif pour GRASP

### Hybridation GRASP - SPEA :

- GRASP initialise SPEA : meilleure couverture
- SPEA densifie et améliore l'approximation