

Modélisation du routage des trains dans un nœud complexe et étude de capacité

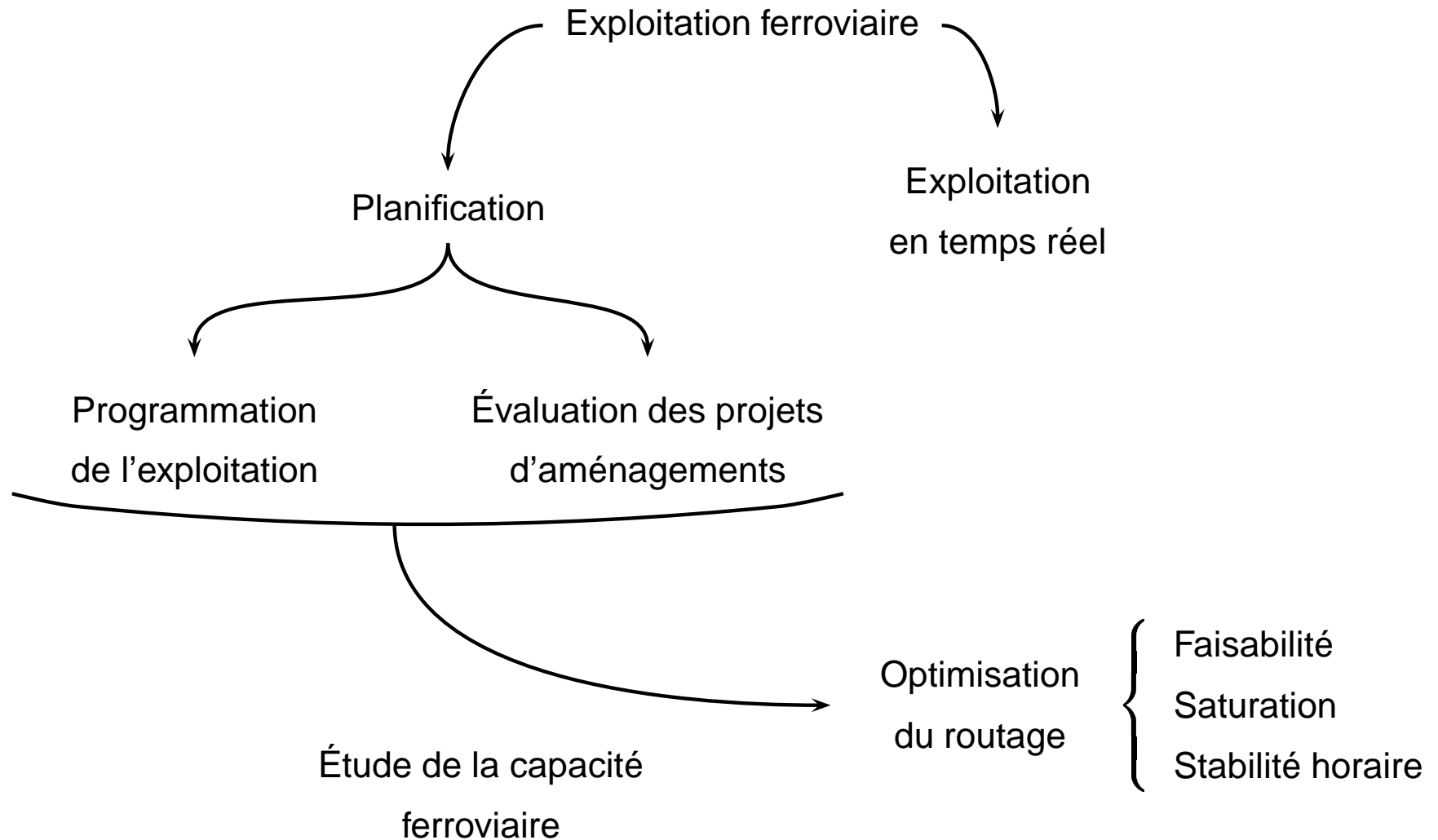
X. Delorme^{1,2}, X. Gandibleux² et J. Rodriguez¹

1. INRETS-ESTAS / 2. LAMIH-ROI(UVHC)

Plan de la présentation

- ❑ Présentation du problème
- ❑ Modélisation
- ❑ Résolution
- ❑ Expérimentation
- ❑ Résultats
- ❑ Conclusion et perspectives

Présentation du problème : contexte



Présentation du problème : définition

Données :	{	Infrastructure		Matériel roulant
		Normes de sécurité		Qualité de service
		Grille horaire		Liste saturante

- ❑ **Faisabilité** : Routage d'un ensemble donné de trains d'une grille horaire
- ❑ **Saturation** : Routage d'un maximum de trains d'une liste saturante
- ❑ **Stabilité horaire** : Minimisation des retards générés par le retard d'un train

Modélisation : définitions

□ Variables :

$$x_{t,r} = \begin{cases} 1 & \text{si le train } t \text{ est affecté à l'itinéraire } r \text{ en voie libre} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

□ Contraintes :

$$\sum_{r \in R_t} x_{t,r} \leq 1, \forall t \in T \quad \Leftrightarrow \text{1 seul parcours par train}$$

$$x_{t,r} + x_{t',r'} \leq 1, \forall (t,r), (t',r') \in Inc \Leftrightarrow \text{parcours en conflit}$$

Modélisation : formulation

$$\begin{aligned} \text{lex}(\max z^1 = & \sum_{t \in T_{\text{Grille horaire}}, r \in R_t} x_{t,r} \\ \max z^2 = & \sum_{t \in T_{\text{Liste saturante}}, r \in R_t} x_{t,r}) \end{aligned}$$

SC

$$\sum_{r \in R_t} x_{t,r} \leq 1, \forall t \in T$$

$$x_{t,r} + x_{t',r'} \leq 1, \forall (t, r), (t', r') \in In^C$$

$$x_{t,r} \in \{0, 1\}, \forall t \in T, r \in R_t$$

Lexicographic Unicost Set Packing Problem

Modélisation : compléments

Variables supplémentaires

- ❑ Décallage de certains trains

$$x_{t,r} \rightarrow x_{t,r,\delta}$$

- ❑ Ressources non unaires (quais)

$$x_{t,r} \rightarrow x_{t,r_1} \cdot \dots \cdot x_{t,r_k} \text{ (ajout de contraintes d'ordre)}$$

Objectifs supplémentaires

- ❑ Préférences pour certains trains / parcours

$$\max z = \sum_{t \in T, r \in R_t} w_{t,r} x_{t,r}$$

- ❑ Répartition entre différents types de trains

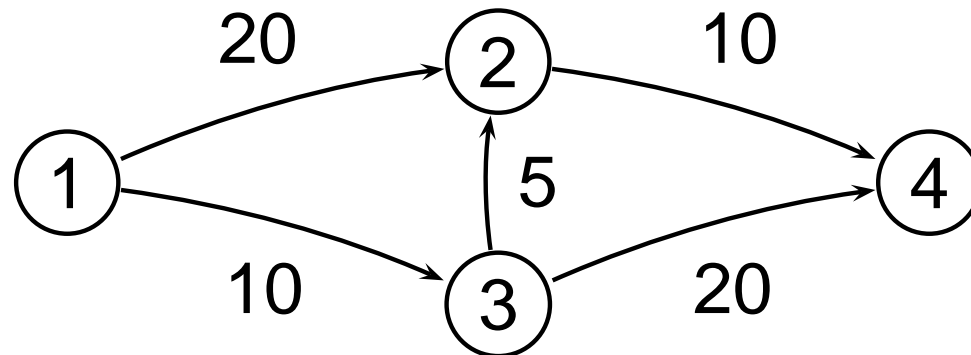
$$\max z^q = \sum_{t \in T_q, r \in R_t} x_{t,r}, \forall q \in \text{TypesTrains}^S$$

Modélisation : stabilité (évaluation)

- ❑ Hypothèse : Conservation des parcours et de l'ordre des trains
- ❑ Graphe orienté $G(V, E)$, $V = \{(t, r), t \in T, r \in R_t, X_{t,r} = 1\}$,
 $E = \{((t, r), (t', r')) \in V * V, \exists \delta > 0 ((t, r, \delta), (t', r')) \in In^c\}$
- ❑ Valuation de l'arc (marge) = $\min \delta > 0, ((t, r, \delta), (t', r')) \in In^c$
- ❑ Retard généré par $x_{t,r}$ sur $x_{t',r'}$ =
 $\max(0, \text{Retard de } x_{t,r} - \text{plus court chemin entre } x_{t,r} \text{ et } x_{t',r'})$
- ❑ Évaluation de la stabilité :

$$\sum_{t \in E, r \in R_t} (\text{Retards générés sur tous les autres trains})$$

Modélisation : stabilité (exemple)



Retard de 20 s du train 1 \Rightarrow Retard de 5 s du train 2
 \Rightarrow Retard de 10 s du train 3
 \Rightarrow Aucun retard pour le train 4
 \Rightarrow Retard total généré de 15 s

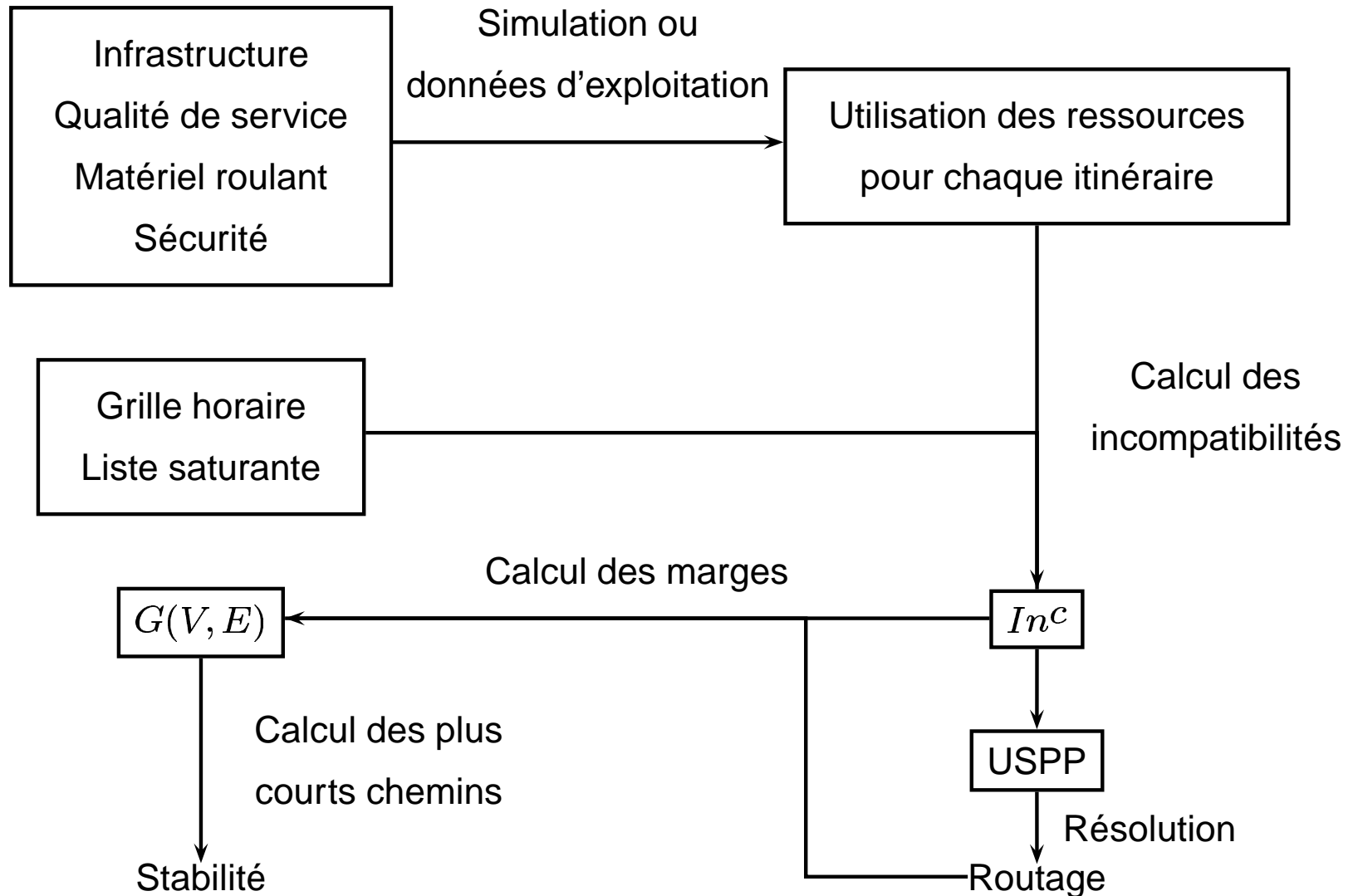
Retard de 20 s du train 2 \Rightarrow Retard total généré de 10 s

Retard de 20 s du train 3 \Rightarrow Retard total généré de 20 s

Retard de 20 s du train 4 \Rightarrow Retard total généré de 0 s

Évaluation de la stabilité pour un retard de 20 s : 45 s

Résolution : processus



Résolution : techniques utilisées

Logiciel Cplex 8.0

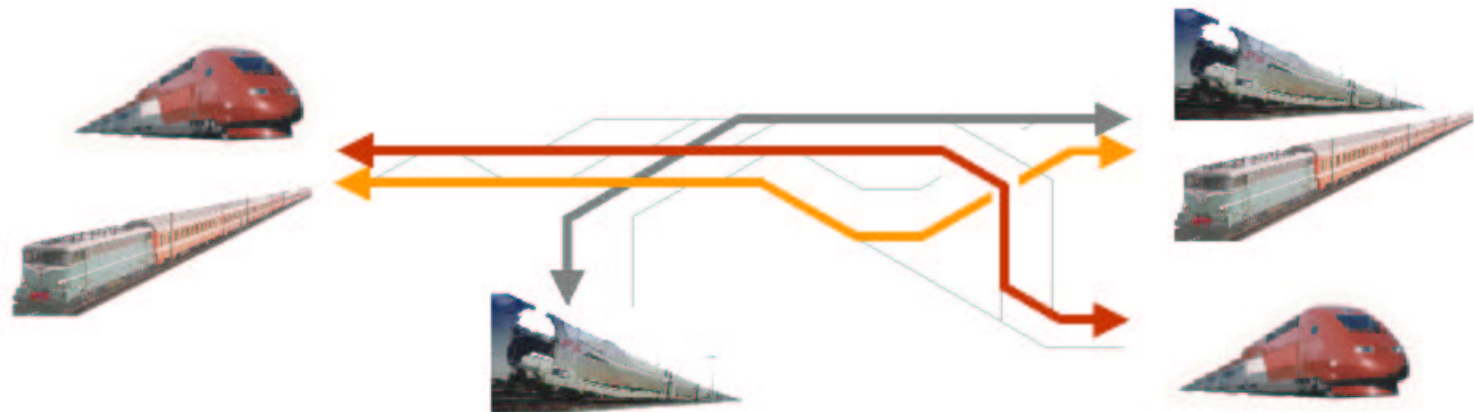
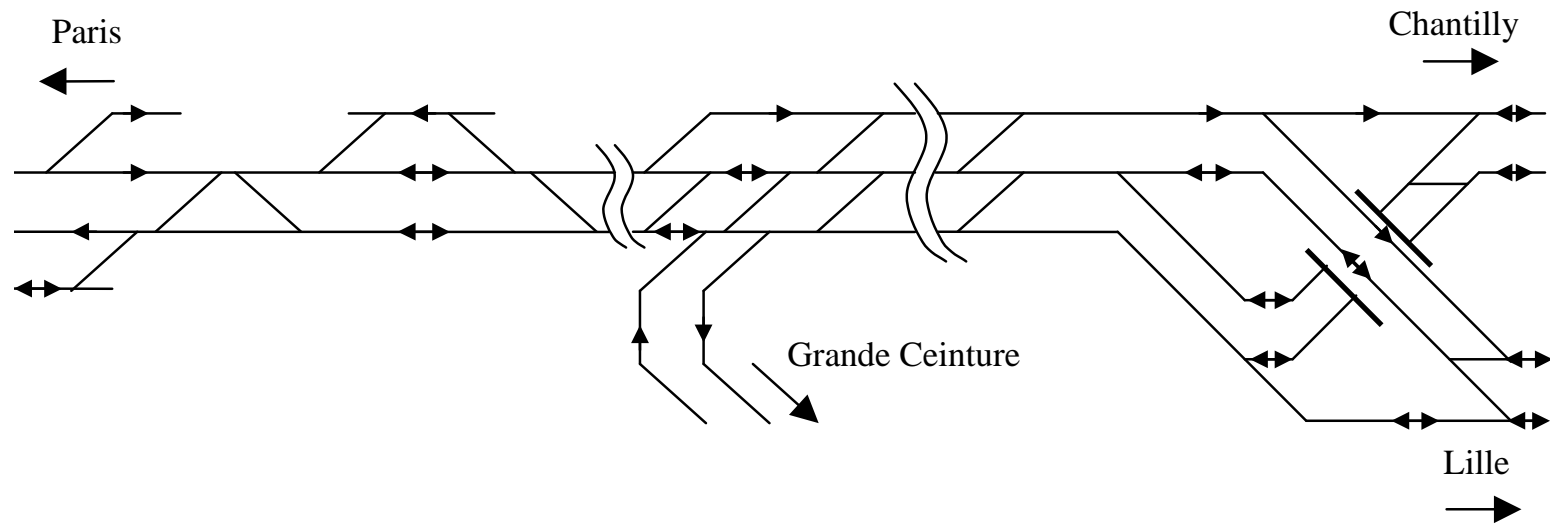
- Paramètres par défaut
- Temps limité (50 000 s)

Pré-traitements

- Cliques liées aux particularités du problème ferroviaire [1]
- Test de dominance entre paires de variables [2]
- Combinaison de variables [3]
- Cliques maximales uniquement (heuristique) [4]

Expérimentation : situation

Nœud de Pierrefitte-Gonesse : nord de Paris



Expérimentation : configuration

- Faisabilité : grille horaire vide
- Saturation**
- Durée 1 heure, non cyclique

N°	Trains	Parcours par train	Variables	Contraintes
1	150	[3-8]	2 400	186 861
2	125	[3-8]	2 683	228 972
3	200	[5-8]	2 880	311 228
4	157	[5-8]	3 210	380 292
5	150	[3-6]	2 160	140 632
6	130	[3-6]	2 503	185 523

Difficultés de résolution

- ❑ Relaxation linéaire très mauvaise
- ❑ Solutions de très mauvaise qualité
- ❑ GAP très important (parfois plus de 500 %)
- ❑ Temps de réponses très importants
- ❑ Très peu de nœuds explorés

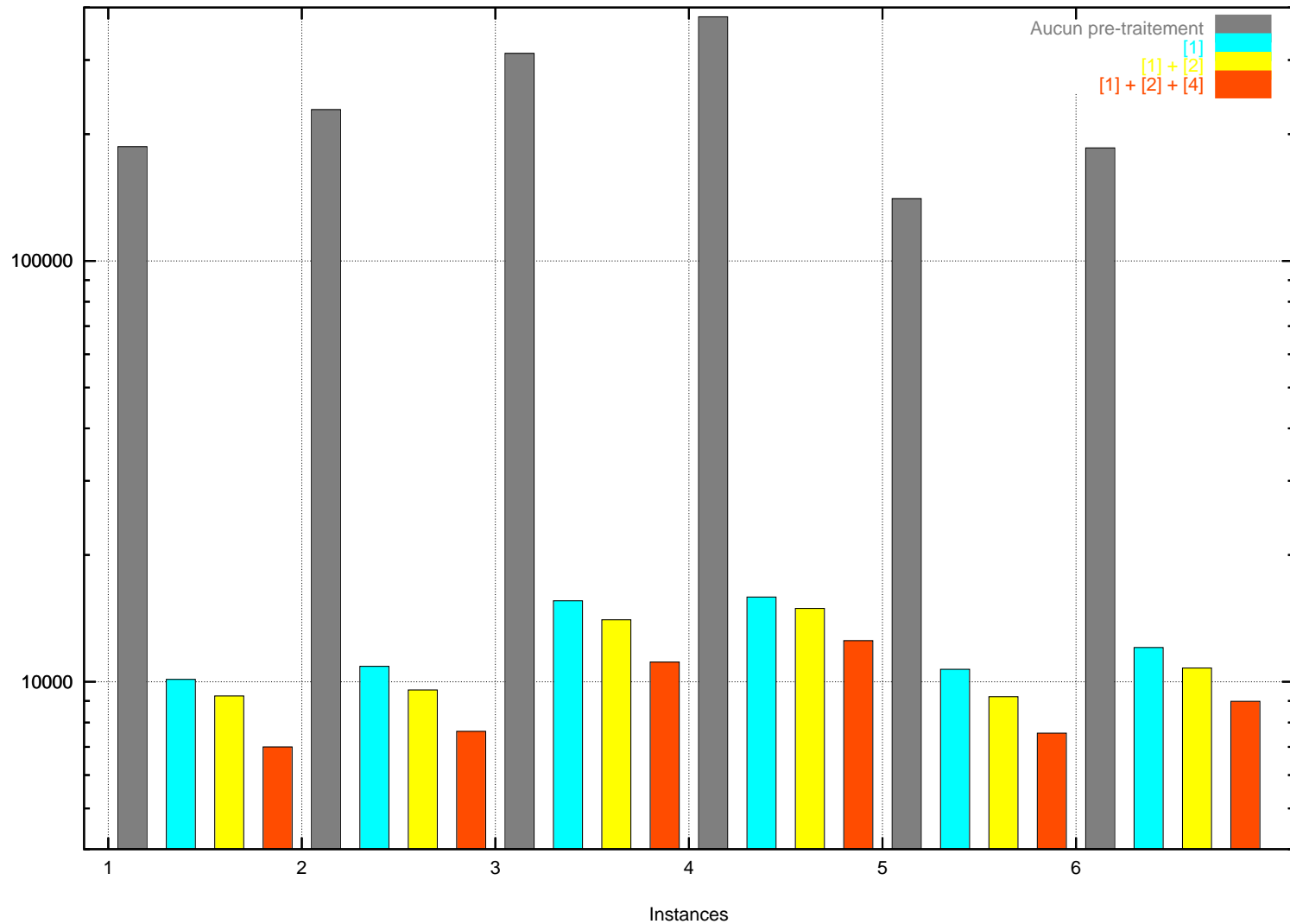
Résultats : pré-traitements

Utilisation successive cumulée des pré-traitements

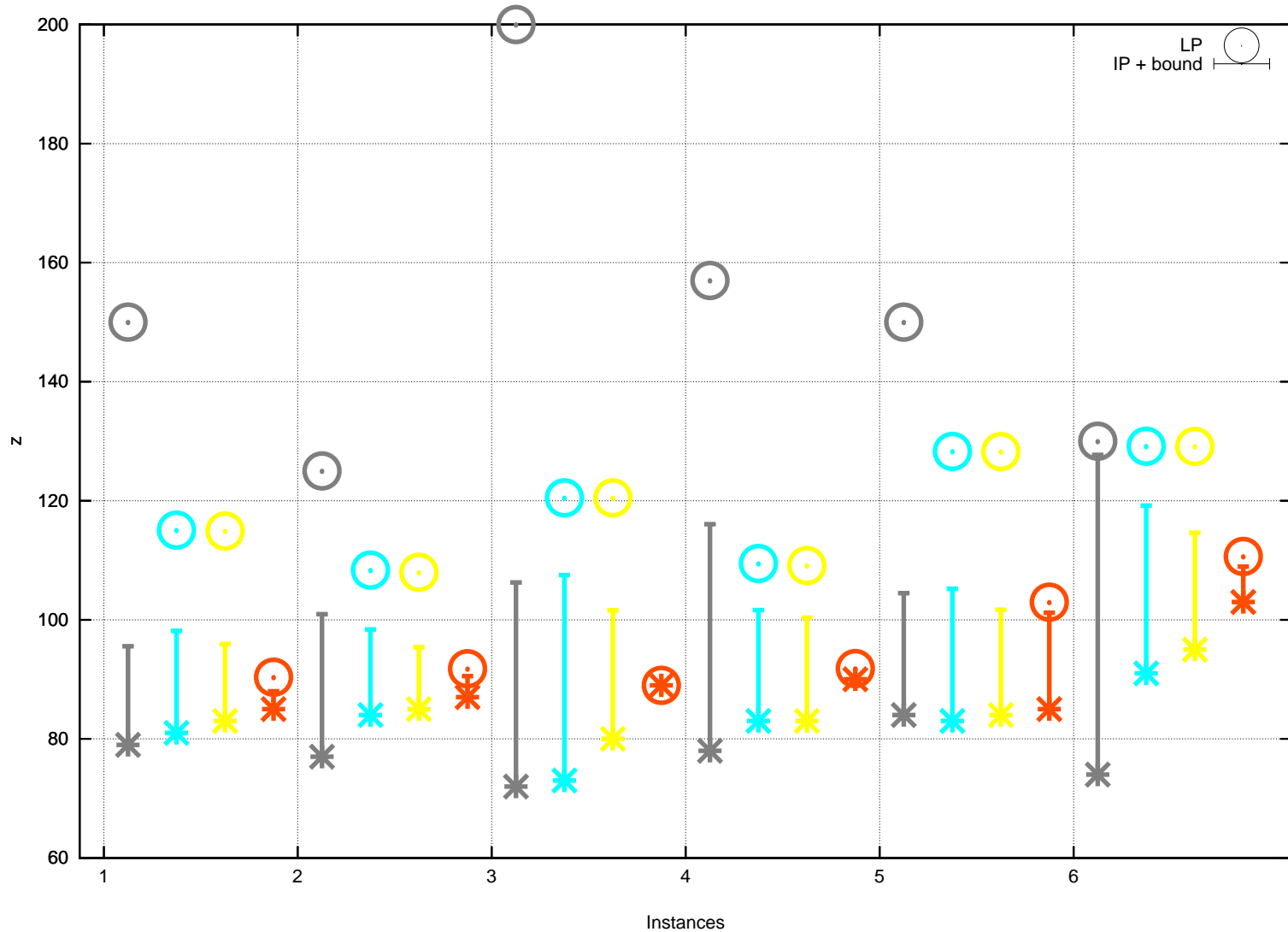
- ❑ Temps très courts
- ❑ Cliques [1, 4] → forte diminution du nombre de contraintes
- ❑ Dominance [2] → environ 10% des variables éliminées
- ❑ Combinaisons [3] → aucun effet

⇒ Amélioration sensible de la relaxation linéaire et des solutions

Résultats : nombre de contraintes



Résultats : solutions et bornes



Conclusion et perspectives

Conclusion

- Modélisation complète du problème
- Expérimentation sur un cas réel
- Résultats intéressants pour les pré-traitements

Perspectives

- Expérimentation (autres situations et configurations)
- Résolution multi-critère
- Métaheuristique